



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE SAN LUIS POTOSÍ

FACULTAD DE INGENIERÍA

**"CONTROL DE MANIPULADORES POR MEDIO DEL
MÉTODO DE MANIPULACIÓN DE ESPACIO DE CÁMARA"**

TESIS

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRO EN INGENIERIA ELECTRICA
OPCIÓN: CONTROL AUTOMATICO

PRESENTA:
ING. CARLOS CUEVAS CORTÉS

ASESOR:
DR. EMILIO J. GONZÁLEZ GALVÁN.





MARZO 26, 1998.

Al Ing. Carlos Cuevas Cortés
Presente.-

En atención a su solicitud de autorización de Tema y Temario, presentada por el Dr. Emilio Jorge González Galván, Asesor del Trabajo de Tesis, para obtener el Grado de Maestría en Ingeniería Eléctrica. Me es grato comunicarle que en la Sesión de Consejo Técnico Consultivo celebrada el día 26 de Marzo del presente año, fué aprobado el Tema y Temario propuesto:

"CONTROL DE MANIPULADORES POR MEDIO DEL METODO DE MANIPULACION DE ESPACIO DE CAMARA"

TEMARIO:

- I.- INTRODUCCION
- II.- VISION POR COMPUTADORA
- III.- ESTIMACION NO LINEAL DE PARAMETROS
- IV.- METODO DE MANIPULACION DE ESPACIO DE CAMARA
- V.- ANALISIS DE PROPAGACION DE INCERTIDUMBRE
- VI.- CONCLUSIONES
- BIBLIOGRAFIA
- ANEXOS

" MODOS ET CUNCTARUM RERUM MENSURAS ABIPM "



ING. JOSE ARNOLDO GONZALEZ ORTEGA
DIRECTOR

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA
FACULTAD DE INGENIERIA
DIRECCION



UNIVERSIDAD
SIEMPRE AUTÓNOMA
1998. 75 Aniversario de la Autonomía Otorgada



UNIVERSIDAD AUTONOMA DE SAN LUIS POTOSI
FACULTAD DE INGENIERIA

FECHA: OCTUBRE 19, 1998.

SECRETARIA DE LA FACULTAD DE INGENIERIA
P R E S E N T E.

NOS PERMITIMOS INFORMAR A ESA SECRETARIA
QUE EL SR. ING. CARLOS CUEVAS CORTES
HA EFECTUADO A SATISFACCION LAS CORRECCIONES QUE SE LE
INDICARON DURANTE LA REVISION CONJUNTA A SU TRABAJO DE
INVESTIGACION Y/O TESIS, CORRESPONDIENTE A LA MAESTRIA
EN INGENIERIA ELECTRICA, POR LO CUAL ESTAMOS AUTORIZANDO
CON ESTA FORMA LA IMPRESION DEL MISMO.

SIN OTRO PARTICULAR DE MOMENTO, PROTESTAMOS LAS SEGURIDADES
DE NUESTRA ATENTA Y DISTINGUIDA CONSIDERACION.

A T E N T A M E N T E

Edgardo Ugarte S.
NOMBRE

[Firma]
FIRMA

Emilio J. González Galván
NOMBRE

[Firma]
FIRMA

Felipe Pazos Flores
NOMBRE

[Firma]
FIRMA

NOTA: A LA APROBACION DEL EXAMEN PREVIO DE GRADO, CUENTA USTED CON SEIS MESES A PARTIR
DE LA PRESENTE FECHA, PARA SUSTENTAR SU EXAMEN FINAL DE MAESTRIA, AL VENCIMIENTO DEL
MISMO DEBERA PRESENTAR EXAMEN PREVIO DE NUEVA CUENTA, HACIENDO LOS TRAMITES REQUERIDOS
PARA TAL PROPOSITO.

AGRADECIMIENTOS

He recibido ayuda de muchas personas durante la preparación del presente trabajo, y por ello estoy francamente agradecido a mi familia, a mis compañeros y a mis maestros.

También, quiero expresar mi agradecimiento al *CONACYT* (Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología), al *FAI* (Fondo de Apoyo a la Investigación de la Universidad Autónoma de San Luis Potosí), y a la Universidad Autónoma de Zacatecas por todo su apoyo y ayuda que me prestaron.

En especial, quiero expresar mi agradecimiento al Dr. Emilio J. González Galván, perfecto conocedor de este tema, por su apoyo y como asesor de este trabajo.

ING. CARLOS CUEVAS CORTÉS.

ÍNDICE.

SIMBOLOGÍA

i

RESUMEN

iii

CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN.

1.1 Antecedentes.	1
1.2 La robótica y la Visión por Computadora.	2
1.3 El método: Manipulación de Espacio de Cámara.	4

CAPÍTULO 2. VISIÓN POR COMPUTADORA.

2.1 Introducción.	7
2.2 Adquisición de Imágenes.	8
2.3 Procesamiento de Imagen.	10
2.3.1 Algoritmo para la Detección de Puntos de Interés	11
2.4 Modelo de Cámara.	15
2.4.1 Modelo de Cámara en Perspectiva.	15
2.4.2 Modelo de Cámara Ortográfico.	17

CAPÍTULO 3. ESTIMACIÓN NO LINEAL DE PARÁMETROS.

3.1 Introducción.	20
3.2 Estimación no Lineal de Parámetros y su Validez Local.	20
3.2.1 Estimación no Lineal de los Parámetros de Visión	23
3.3 Identificación de las Marcas Visuales	27
3.3.1 Parámetros de Visión Referidos al Objeto no Manipulable.	28
3.3.2 Parámetros de Visión Referidos al Objeto Manipulable.	31

CAPÍTULO 4. MÉTODO DE MANIPULACIÓN DE ESPACIO DE CÁMARA.

4.1 Introducción.	33
4.2 Determinación de la Configuración Interna del Robot.	33
4.3 Integración de Algoritmos.	42
4.4 Objetivos en una Tarea de Colocación.	44
4.4.1 Tarea de Colocación.	45

CAPÍTULO 5. ANÁLISIS DE PROPAGACIÓN DE INCERTIDUMBRE.

5.1 Introducción.	52
5.2 Incertidumbre en las Mediciones.	53
5.3 Propagación de la Incertidumbre Presente en las Mediciones.	55
5.4 Propagación de la Incertidumbre Presente en los Puntos Objetivo.	58

CAPÍTULO 6. CONCLUSIONES.

ANEXO A. CINEMÁTICA DIRECTA DEL ROBOT PUMA 200.

BIBLIOGRAFÍA Y REFERENCIAS.

SIMBOLOGÍA.

$A(n \times m)$	Matriz A , de Dimensión $n \times m$ Elementos.
A^d	Matriz Diagonal A .
ΔA	Incremento de A .
A'	Intermedio de A .
A^p	Vector de Predicción de los Residuales A .
A^e	Vector Actual A .
A_i	i -ésima Muestra de A .
A^i	A para la i -ésima cámara.
\hat{A}	Valor Óptimo de A .
σ_A	Desviación Estándar de A .
\bar{A}	La Media de A .
C	Parámetros de Visión Referidos al Objeto Manipulable.
\bar{C}	Parámetros de visión Referidos al Objeto no Manipulable.

- (x, y, z) Coordenadas Cartesianas de un Punto en el Espacio Físico.
- (X_N, Y_N, Z_N) Sistema de Coordenadas Ligado a N .
- (x_o, y_o) Coordenadas en el Plano de la Imagen (x, y)
- $A(x, y, z, C)$ Función A que Depende de (x, y, z) y el Vector C
- $\frac{\partial(A(n))}{\partial(n)}$ Derivada Parcial de la Función A Respecto a la Variable n .
- C_x, C_y Centroides de una Región en un Plano, con Coordenadas (x, y) .

RESUMEN

En general el realizar una tarea de colocación de un cuerpo rígido en tres dimensiones de una manera confiable y precisa, es un problema históricamente difícil en el campo de la robótica. Diversas soluciones se han propuesto, como el uso de teleoperación, métodos de calibración ópticos y cinemáticos en los equipos usados, así como el diseño de equipo especializado para realizar una tarea específica de colocación.

Dentro de las soluciones propuestas, la tendencia dirigida hacia el diseño de equipo especializado tiene la desventaja de ser inflexible y de alto costo. Una tendencia diferente es la de implementar estrategias de control para los equipos utilizados, donde el objetivo es obtener información que sea útil para realizar una tarea específica de colocación. La principal desventaja reside en el hecho de que la aplicación en la práctica, para algunas técnicas es muy difícil, dependiendo de la complejidad en la tarea de colocación.

El objetivo de éste trabajo es presentar una solución viable al problema que se presenta dentro de un proceso de manufactura o de cualquier otro proceso, en el que se necesita realizar una tarea de colocación tridimensional específica entre dos cuerpos rígidos. Para éste problema se desea guiar y/o colocar de manera precisa un objeto o herramienta sujeta por un manipulador industrial, en una posición y orientación adecuadas respecto a otro objeto o pieza de trabajo. La solución propuesta se basa en el uso de un *esquema de visión por computadora* y el *método de manipulación de espacio de cámara* para la guía de manipuladores.

El método de manipulación de espacio de cámara es una técnica que no requiere de un proceso de calibración en el sistema de visión ni en el manipulador usados, de tal manera que con un mínimo de 2 cámaras colocadas adecuadamente es posible utilizar la información visual instantánea obtenida del espacio de trabajo del manipulador.

El objetivo es guiar al manipulador por medio de la estimación consecutiva de su configuración angular más adecuada, que cumpla de forma correcta y precisa la posición y orientación requeridos en la tarea de colocación.

Se presenta toda la metodología así como los criterios utilizados para realizar una tarea básica de colocación y de la cual se pueden derivar otras tareas. La herramienta sujeta al manipulador es llamada objeto manipulable, y la pieza de trabajo es llamada también objeto no manipulable. En éste último objeto se conoce la totalidad de su información geométrica, pero se desconoce su orientación y posición física con respecto al manipulador.

Tomando el caso tratado, se establecerá un procedimiento para encontrar la configuración angular adecuada en un manipulador industrial *PUMA 200* de seis grados de libertad en configuración articulada (ver anexo A), que cumpla los objetivos establecidos en la tarea de colocación. Con fines de análisis y simulación en un entorno de aplicación, se generará código ejecutable de manera modular, por medio del uso del lenguaje de programación C.

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN.

1.1 ANTECEDENTES.

La necesidad de aumentar la productividad está haciendo que la industria se oriente cada vez más hacia una *automatización* basada en computadora, que se puede explicar como la aplicación de control automático en el proceso de manufactura de productos a través de etapas sucesivas. La gran mayoría de las etapas automatizadas de fabricación se efectúan por máquinas diseñadas para un uso determinado en el proceso de manufactura. Esta inflexibilidad ha motivado un interés creciente al uso de "robots" capaces de efectuar una variedad de diferentes funciones de fabricación en un entorno de trabajo más flexible y a un menor costo de fabricación.

Un *robot industrial* se puede definir como un manipulador programable controlado por computadora de uso general, el cual consiste en una serie de elementos rígidos conectados entre sí por medio de articulaciones. El final de la cadena está fijo a una base o soporte, mientras que el otro extremo está libre y equipado con alguna herramienta. Esto permite manipular objetos o realizar tareas de montaje por medio del movimiento de sus articulaciones, que permiten distintas configuraciones posibles en sus elementos. La mayoría de los robots industriales son básicamente máquinas posicionales que ejecutan una tarea específica mediante la programación de secuencias preregistradas por el usuario. Por esta razón son utilizados en tareas repetitivas donde se necesite de rapidez.

Aunque los manipuladores programables ofrecen una potente herramienta de fabricación, se puede mejorar significativamente su flexibilidad y rendimiento mediante el uso de sistemas de detección externos. La utilización de sistemas de detección externos permite a un manipulador interactuar con su entorno de una manera más flexible. Esto está

en contraste con las operaciones programadas, en las cuales se guía al manipulador para efectuar tareas repetitivas mediante un conjunto de funciones programadas. En general, diseñar e implementar *técnicas y sistemas* que proporcionen un mayor grado de *adaptabilidad* al tratar con su entorno, por medio de una *retroalimentación sensorial*, es realmente un tema de investigación y desarrollo activo en el campo de la robótica [11].

1.2 LA ROBÓTICA Y LA VISIÓN POR COMPUTADORA.

La *visión artificial* es el sistema de detección externo más potente del que se puede dotar a un manipulador, y puede definirse como los procesos de obtención, caracterización e interpretación de información visual, por medio de imágenes tomadas de un espacio físico. Estos procesos también llamados *visión por computadora*, pueden a su vez agruparse en tres niveles de procesamiento: *visión de bajo, medio y alto nivel*. Estas categorías están basadas en la forma en que son implementados la gran mayoría de los sistemas de *visión artificial*.

El resolver el problema de colocación en tres dimensiones usando la visión artificial, nos lleva a distintos métodos y técnicas para interpretar la información visual de las imágenes obtenidas por medio de una cámara y para proveer un comportamiento deseado, que se encuentre lo más cercano a la emulación de la visión humana.

Aunque el avance tecnológico está descubriendo continuamente nuevos conceptos, el estado de las técnicas en la visión artificial está basado, en su mayor parte, en formulaciones analíticas encaminadas a realizar tareas específicas. A continuación se presenta una breve introducción de algunos de los métodos que utilizan visión artificial y que pueden ser considerados como una opción viable al uso de manipuladores programados, con una orientación hacia técnicas que sean adecuadas para su aplicación en una tarea de colocación de manera confiable.

Tradicionalmente la detección visual y la manipulación son combinados en técnicas en lazo abierto, para extraer información visual de las imágenes tomadas por una cámara. La *calibración de cámara* [11] consiste en formar un modelo matemático definido por un conjunto de parámetros que representa la escena tridimensional percibida. Básicamente consiste en calcular los parámetros que describen la relación de los sistemas de coordenadas cartesianas absoluto del manipulador y de la cámara, aplicando un conjunto de transformaciones homogéneas. La aplicación de este método lleva la necesidad de conocer la distancia focal, así como los ángulos de panorama e inclinación de las cámaras usadas y tener un proceso de calibración en el robot. Una vez conocido, el modelo es utilizado para evaluar directamente la posición y guiado del robot en una tarea específica de colocación, a partir de una posición detectada en la cámara.

En el modelo de calibración de cámara se crea una relación de puntos tridimensionales del espacio físico con respecto a puntos bidimensionales en una imagen. En esta relación se pierde la información de profundidad en el modelo creado, ya que existe un mapeado de varios puntos a uno. Un enfoque para obtener la información que se pierde en una imagen bidimensional, es la aplicación de la técnica denominada *visión estéreo* [11]. Esta técnica hace uso de métodos de análisis de imagen y perspectiva en 2 vistas distintas de la región de interés, en donde se conoce la alineación de las cámaras participantes (calibración), de modo que se puede obtener la información de profundidad en la región analizada.

La implementación en la práctica para las técnicas anteriores involucra parámetros que se deben conocer con precisión. Esta precisión depende directamente de los métodos de calibración y es en general difícil de lograr, por lo que se tiene una alta sensibilidad a perturbaciones en el sistema, es decir su robustez depende de factores externos además de sí mismo. Un enfoque para incrementar la precisión y por consiguiente la robustez del sistema, es aplicar un lazo de retroalimentación visual para el control del manipulador ("*visual feedback control loop*" [8]).

Un conjunto de técnicas basadas en la retroalimentación visual, que surgen de una fusión de resultados en muchas áreas elementales, incluyendo alta velocidad de procesamiento de imágenes, cinemática, dinámica, teoría de control y computación en tiempo real, son denominadas "visual servoing" [8]. Estas técnicas se pueden describir como el análisis e interpretación de la información instantánea extraída de una imagen o la cámara, para el guiado y orientación del manipulador en tres dimensiones (es decir, obtener una señal de control) de manera precisa.

La desventaja en la aplicación de éste conjunto de técnicas es la necesidad del uso de algoritmos complejos para el procesamiento de imágenes, deben también ser rápidos, robustos para la extracción de la información. Se requieren también técnicas específicas de iluminación y perspectiva en el objeto de interés para facilitar el análisis.

1.3 EL MÉTODO: MANIPULACIÓN DE ESPACIO DE CÁMARA.

Un enfoque diferente al uso de un modelo matemático nominal en la calibración de cámara, caracterizado por tener menor sensibilidad a perturbaciones en el sistema, se puede obtener al conocer continuamente (usando conceptos de estimación) una relación local entre el espacio físico y su correspondiente posición en el plano de la imagen para un cierto número de puntos de interés. Una vez conocida la relación descrita como un modelo matemático aproximado (función de parámetros) en un amplio rango de puntos, puede ser utilizada para evaluar la posición y orientación del manipulador de manera que permita guiar adecuadamente al mismo a una posición detectada en el plano de la imagen. El enfoque descrito es el que usa el *método de manipulación de espacio de cámara* [14,15,16,17]. Una característica importante del método es que los objetivos en una tarea de colocación se definen y se persiguen en el marco de referencia de las imágenes bidimensionales obtenidas por medio de cada una de las cámaras usadas.

Los objetivos de la tarea de colocación se determinan independientemente para cada cámara usada, definiendo una relación local entre el espacio físico cercano a la pieza de trabajo y las imágenes bidimensionales obtenidas. Esta relación puede estimarse fácilmente haciendo uso de un cierto número de puntos detectados sobre la pieza de trabajo, cuya localización en un sistema de coordenadas de referencia colocado sobre éste es conocida. Esta relación facilita la definición de trayectorias de aproximación entre el objeto manipulable y la pieza de trabajo, que dependen de la tarea de colocación en particular.

Para determinar la trayectoria de aproximación hacia la pieza de trabajo, se evalúa la configuración angular del manipulador usando un criterio de estimación de tal manera de reconciliar lo mejor posible la posición de los objetivos establecidos en el plano de la imagen con el mismo número de destinos definidos independientemente en el mismo plano para cada cámara usada. Este número de destinos se determinan por medio de una relación local que combina la información de la configuración angular del manipulador, con las imágenes bidimensionales obtenidas. Esta relación se puede estimar moviendo el manipulador por una secuencia preplaneada de movimientos, a lo largo de la cual se toman muestras de la posición física obtenida por medio del modelo cinemático y la configuración angular del manipulador (ver *anexo A*), así como de la posición en el plano de la imagen para un cierto número de puntos de interés detectados sobre el objeto manipulable o herramienta. Durante la tarea de colocación se pueden refinar aún más la estimación de ésta relación para cada cámara.

La detección de puntos de interés en los objetos y su respectiva posición en el espacio físico se facilitan con el uso de señales o marcas visuales que pueden ser *naturales* o *artificiales*. Las *señales visuales naturales* son aquellas que están presentes en los objetos y pueden ser obtenidas a partir de la detección de bordes y orificios en el plano de la imagen. Las *señales artificiales* son aquellas que se colocan en los objetos en puntos de interés, para facilitar su detección rápida en la imagen y por consiguiente reducir la complejidad en el sistema de visión por computadora implementado.

En el *capítulo 2* se presentan las técnicas utilizadas para la adquisición y procesamiento de las imágenes adquiridas de un espacio físico, con el objeto de detectar la posición en la imagen de un cierto número de puntos de interés en los objetos por medio de marcas visuales.

En el *capítulo 3*, basados en la información obtenida del procesamiento de imagen, que consiste en una serie de mediciones de las coordenadas de puntos de interés en el plano de la imagen y con la suposición de un modelo ortográfico de cámara, se establecerán todos los conceptos asociados con la estimación de un modelo parcial.

En el *capítulo 4* basados en la información obtenida a partir de los modelos estimados se establecerá un algoritmo para obtener la configuración angular del manipulador que permita guiar al mismo de manera adecuada y precisa en una tarea de colocación.

En el *capítulo 5* se presentan algunas consideraciones para evaluar la posible incertidumbre que afecta la precisión en los procesos involucrados al aplicar el método.

Por último se establecen las conclusiones del presente trabajo en el *capítulo 6*. Las referencias citadas en corchetes [] se encuentran al final junto con la bibliografía complementaria al presente trabajo, y se organizan en orden alfabético por autores.

CAPÍTULO 2

VISIÓN POR COMPUTADORA.

2.1 INTRODUCCIÓN.

En éste capítulo se presentan las técnicas utilizadas para la obtención y procesamiento de las imágenes tomadas de un espacio físico, con el objeto de extraer información de interés en la escena percibida, enfocando éste análisis a la aplicación del método de manipulación de espacio de cámara.

La visión por computadora puede ser definida como los procesos de obtención, caracterización e interpretación de información en imágenes tomadas de un mundo tridimensional. Los procesos que forman a un sistema de visión por computadora se pueden agrupar en tres categorías de procesamiento: visión de bajo, medio y de alto nivel. Estas categorías están basadas en la forma en que son implementados la gran mayoría de los sistemas de *visión artificial*.

Se asocia la visión de bajo nivel como aquellos procesos para la adquisición de una imagen clara para su posterior procesamiento (*percepción del medio ambiente*). Se asocia la visión de nivel medio a aquellos procesos que extraen, caracterizan y etiquetan componentes de la imagen, a partir de la visión de bajo nivel (*construcción de un modelo*). Finalmente la visión de alto nivel es considerada como todos aquellos procesos en los que, a partir de una interpretación de la información, se toma alguna decisión o acción.

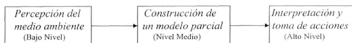


Figura 2.1. Esquema de un sistema de visión por computadora.

A continuación, en las secciones siguientes de este capítulo y en el capítulo siguiente, se tratan los procedimientos del esquema de visión por computadora que están dentro de las categorías de bajo y medio nivel.

2.2 ADQUISICIÓN DE IMÁGENES.

La información visual se convierte en señales eléctricas por medio de *los sensores visuales*. Los principales dispositivos para la captación de imágenes son las cámaras, que están compuestas por un sensor basado en un componente *de estado sólido o de válvulas electrónicas* y electrónica asociada.

Para el procesamiento por computadora de una imagen compuesta por señales eléctricas, ésta debe ser digitalizada en amplitud. La digitalización de amplitud se denomina *cuantización de amplitud* o nivel de gris. Este último término se refiere a imágenes monocromáticas y toma valores de *0 a 255 niveles* posibles para una cuantización de *8-bits*.

Los sensores de imagen de estado sólido están constituidos por un dispositivo del tipo *CCD ("Coupled Charge Device")*, que se compone de un arreglo o matriz de sensores fotoeléctricos, que se encarga de la conversión de la imagen visual a señales eléctricas. La resolución de estos dispositivos oscila entre *256x256* elementos, hasta resoluciones de *1024 x 1024* elementos, que se considera como alta resolución.

Debido a la versatilidad y economía de los dispositivos de estado sólido, estos son los de mayor uso en tareas de visión por computadora y en particular utilizaremos dos cámaras de video estándar *monocromáticas SONY STP-M304*, con una resolución máxima de *768x572* elementos. En este tipo de cámaras es posible tener el ajuste focal y del iris para diferentes condiciones de operación e iluminación.

La velocidad máxima de adquisición es de 30 imágenes por segundo (señal de video formato *NTSC*). Estas cámaras están conectadas a una tarjeta de digitalización para adquisición de imágenes con 8-bits de precisión, del tipo "DATA TRANSLATION" modelo 3155 que en conjunto con la computadora forman el equipo de adquisición de imágenes como se muestra en la figura 2.2.

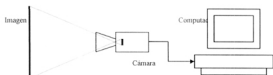


Figura 2.2. Equipo de adquisición de imágenes.

El equipo de adquisición de imágenes utiliza un programa específico ("*GLOBAL LAB®*" [1]), el cual está formado por una serie de funciones para la comunicación y control de la tarjeta, que proporcionan en forma general una imagen digital monocromática de la forma (x, y) , donde x, y indican las coordenadas en el plano de la imagen o también llamado el espacio de cámara y el valor de cualquier punto (x, y) es proporcional al brillo (intensidad) de la imagen en ese punto.

El proceso de digitalización de la imagen es de tal manera que se puede acceder a la imagen mas reciente para su procesamiento, sin tener retardos significativos en el proceso de digitalización. La imagen es almacenada en memoria o como un archivo de la computadora. Este último medio es el que se utiliza para acceder la imagen (x, y) que se encuentra almacenada en un archivo de tipo binario, el cual por cuestiones de espacio, se encuentra comprimido en un formato gráfico del tipo *PCX* (cada imagen (x, y) en su formato original equivale a 768x572 bytes).

De la digitalización de la imagen se obtiene una matriz de N filas y M columnas, donde cada muestra está cuantificada en intensidad, como se muestra en la ecuación (2.1), y se denomina *elemento de imagen* o *pixel*. Esta matriz contiene toda la información de la imagen y a la cual se aplican los procesos o algoritmos de análisis de imagen por computadora.

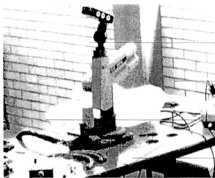


Figura 2.3. Imagen digital monocromática (640x480 píxeles) digitalizada a 255 niveles de gris.

$$(x, y) = \begin{bmatrix} (0,0) & (0,1) & \dots & (0, M - 1) \\ (1,0) & (1,1) & \dots & (1, M - 1) \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ (N - 1,0) & (N - 1,1) & \dots & (N - 1, M - 1) \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

2.3 PROCESAMIENTO DE IMAGEN.

Existen diversas técnicas para el procesamiento general de una imagen (x, y) que se pueden usar. El objetivo que se busca en el sistema de visión por computadora al aplicar el método de manipulación de espacio de cámara, es reducir el grado de complejidad en los procesos utilizados para la detección de características de interés en la escena percibida y que también sea de fácil implementación.

2.3.1 Algoritmo para la detección de puntos de interés en el espacio físico.

Las cámaras participantes se utilizan para la detección de la forma más rápida y menos compleja de un cierto número de puntos de interés en el espacio físico. Este objetivo se cumple con el uso de señales visuales artificiales que se colocan en los puntos de interés de los objetos presentes en la escena percibida que reducen la complejidad de los procesos de detección. A continuación se presentan las características de éstas marcas que cumplen los requisitos para el sistema de visión por computadora.

Considérese una imagen monocromática (x, y) , compuesta por objetos claros sobre un fondo oscuro cuyos puntos (píxeles) tienen intensidades agrupadas en dos tonos dominantes (niveles posibles de entre 0 a 255). Una forma de extraer los objetos del entorno es seleccionar un nivel L de *umbral* que separe los dos tonos de intensidad. De esta forma un punto (x, y) para el cual $(x, y) \geq L$ será un punto del objeto; en caso contrario el punto será del entorno. Este procedimiento es llamado *fijación de umbral* y consiste en la aplicación del umbral L a toda la imagen (x, y) , lo que reduce rápidamente la complejidad y tiempo de análisis.

Basándose en el concepto de fijación de umbral se puede establecer un enfoque para determinar las características de las señales visuales artificiales en función de su intensidad luminosa, que permita una fácil y rápida detección por sobre el entorno. Suponiendo las señales como pequeñas marcas adheridas a los objetos participantes en un tono de intensidad mayor que del objeto, entonces su detección depende directamente de la iluminación en la escena. Una alternativa para tener independencia en la iluminación presente en el entorno, es el uso de señales visuales luminosas como diminutos focos convencionales, ya que proporcionan un alto contraste en la imagen como se muestra en la *figura 2.4.(a)*, cuyo histograma de intensidades para dos marcas visuales se muestra en la *figura 2.4.(b)*, donde el máximo tono en la imagen cercano a 255 pertenece a las marcas.

El uso de señales visuales luminosas proporciona gran flexibilidad en la detección al poder controlar el apagado y encendido de las marcas luminosas, es decir poder "quitar" o "poner" marcas en los objetos percibidos, además de la posibilidad para ajustar convenientemente el nivel de luminosidad en las marcas visuales.

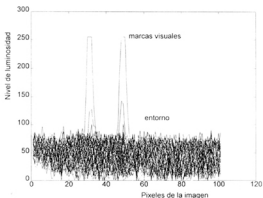
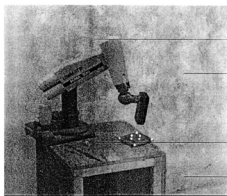


Figura 2.4.(a). Señales visuales como puntos luminosos en la imagen.

Figura 2.4.(b). Histograma de intensidad luminosa en una sección de la imagen con dos marcas visuales.

El procedimiento de fijación de umbral detecta la discontinuidad en la intensidad de la imagen y da como resultado los píxeles que pertenecen a las marcas visuales. En la práctica este conjunto de píxeles caracteriza a un punto luminoso generalmente no uniforme como se muestra en la *figura 2.4.(a)*.

En consecuencia se debe aplicar un algoritmo, que obtenga la posición precisa del punto luminosos en el plano de la imagen. Entonces se sigue un procedimiento secuencial en el que se busca encontrar un píxel por arriba del umbral L en la imagen (x, y) , después se adicionan los píxeles vecinos si son de intensidad por arriba del umbral L y se detiene el procedimiento cuando no se pueda adicionar ningún píxel vecino más. Por último se obtiene el *centroide* de la subregión por medio de las *ecuaciones (2.2)*, lo que proporciona la posición precisa de la marca visual en el plano de la imagen. Se continúa el procedimiento anterior hasta detectar todas las marcas luminosas presentes en la imagen.

$$C_x = \frac{\sum_x x}{n_x}; \quad C_y = \frac{\sum_y y}{n_y} \quad (2.2)$$

Con la aplicación de las técnicas expuestas para la adquisición y procesamiento de la imagen se obtiene la posición precisa a nivel de subpíxeles, de todas las marcas visuales artificiales presentes en una imagen, coincidentes con los puntos de interés que se desea detectar. Esto se logra de manera que no es afectada la detección por algún cambio en la iluminación y es de fácil implementación computacional, de tal forma que no se tiene un retardo significativo en el proceso. El diagrama de flujo correspondiente al algoritmo, se muestra en la siguiente *figura 2.5*.

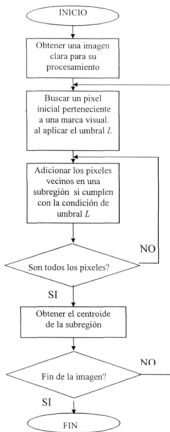


Figura 2.5. Algoritmo de análisis de imagen.

2.4 MODELO DE CÁMARA.

La correspondencia entre puntos de un espacio físico tridimensional y puntos detectados en el plano de la imagen bidimensional, obtenido por medio de una cámara, se puede generar usando una *proyección en perspectiva* también llamada *transformación de imagen*. Las transformaciones de perspectiva juegan un papel clave en el esquema de visión por computadora ya que suministran una aproximación a la manera en que una imagen se forma al observar un mundo tridimensional.

2.4.1 Modelo de cámara en perspectiva.

Cuando un punto P de coordenadas (X, Y, Z) referidas a un sistema de coordenadas unida a la cámara es proyectado, las coordenadas del correspondiente punto p_c en el plano de la imagen (x_c, y_c) como se presenta en la *figura 2.6*, pueden modelarse de manera muy precisa usando una proyección en perspectiva descrita por las ecuaciones siguientes.

$$x_c = f \frac{X}{Z} \quad y_c = f \frac{Y}{Z} \quad (2.3)$$

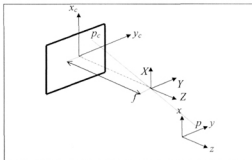


Figura 2.6. Sistema de coordenadas en la cámara.

Donde f , indicado en la *figura 2.6*, es la distancia focal de la cámara y el eje Z esta dirigido en la dirección del eje óptico de la cámara. Las *ecuaciones (2.3)* constituyen un modelo matemático básico de una cámara, cuando el sistema absoluto y de la cámara son coincidentes.

El punto especificado en el marco de referencia unido a la cámara puede referirse a un segundo sistema de coordenadas (x, y, z) usando una *transformación homogénea*, la cual se define por una matriz T (de dimensión 4×4) que transforma un vector de posición de un punto, desde un sistema de coordenadas, hasta otro sistema de coordenadas como se muestra matricialmente en las ecuaciones siguientes:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$T = \begin{bmatrix} R_{3 \times 3} & \vdots & P_{3 \times 1} \\ \dots & \vdots & \dots \\ 0_{1 \times 3} & \vdots & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{matriz de rotación} & \vdots & \text{vector de posición} \\ \dots & \vdots & \dots \\ \bar{0} & \vdots & 1 \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

Donde la matriz de transformación homogénea T , está formada por cuatro submatrices como lo muestra la *ecuación (2.4)*. La submatriz superior izquierda $R(3 \times 3)$ representa una matriz de rotación pura, la submatriz superior derecha $P(3 \times 1)$ representa el vector de posición del origen del sistema de coordenadas transformado con respecto al sistema de referencia. Esta matriz homogénea define completamente la relación geométrica entre el sistema ligado al punto y el sistema ligado a la cámara.

La submatriz de rotación pura $R(3 \times 3)$, tiene diferentes representaciones, una de las cuales puede ser definida como: $R(\lambda, \theta)$, que describe una transformación de rotación en un ángulo θ , alrededor de un eje arbitrario λ .

Introduciendo los parámetros definidos por la ecuación (2.5), llamados los parámetros de Euler, en la función matricial $R(3x3)$, se obtiene una expresión equivalente para la matriz de transformación $T(4x4)$ como sigue:

$$\begin{aligned} e_1 &= -\cos(\theta/2) \\ e_2 &= \lambda x \cos(\theta/2) \\ e_3 &= \lambda y \cos(\theta/2) \\ e_4 &= \lambda z \cos(\theta/2) \end{aligned} \quad (2.5)$$

$$T = \begin{bmatrix} e_1^2 + e_2^2 - e_3^2 - e_4^2 & 2(e_2e_3 + e_1e_4) & 2(e_2e_4 - e_1e_3) & X_0 \\ 2(e_2e_3 - e_1e_4) & e_1^2 - e_2^2 + e_3^2 - e_4^2 & 2(e_3e_4 + e_1e_2) & Y_0 \\ 2(e_2e_4 + e_1e_3) & 2(e_3e_4 - e_1e_2) & e_1^2 - e_2^2 - e_3^2 + e_4^2 & Z_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

Donde las cantidades e_1, \dots, e_4 , representan los cuatro parámetros de Euler los cuales cumplen la condición: $e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 + e_4^2 = 1$ y (X_0, Y_0, Z_0) localiza el origen del sistema de coordenadas (x, y, z) , relativo al sistema de coordenadas en la cámara (X, Y, Z) . Así se establece que el modelo de cámara en perspectiva contiene los parámetros independientes: X_0, Y_0, Z_0, f y los parámetros de Euler.

2.4.2 Modelo de cámara ortográfico.

Una simplificación del modelo de perspectiva, se puede obtener considerando el límite asintótico obtenido cuando Z_0 es mucho mayor que las cantidades x, y, z, X_0 y Y_0 . Las coordenadas en el plano de la imagen (x_c, y_c) obtenidas de la ecuación (2.3) pueden escribirse como sigue:

$$x_c = f \frac{X}{Z} = \frac{N_x}{D + \frac{1}{\xi}} = \psi_x(\xi) \quad y_c = f \frac{Y}{Z} = \frac{N_y}{D + \frac{1}{\xi}} = \psi_y(\xi) \quad (2.7)$$

donde:

$$\begin{aligned} N_x &= f[(e_1^2 + e_2^2 - e_3^2 - e_4^2)x + 2(e_1e_2 + e_1e_4)y + 2(e_1e_3 - e_1e_4)z + X_0] \\ N_y &= f[2(e_1e_3 - e_1e_4)x + (e_1^2 - e_2^2 + e_3^2 - e_4^2)y + 2(e_1e_2 + e_1e_4)z + Y_0] \\ D &= [2(e_1e_2 + e_1e_4)x + 2(e_1e_3 - e_1e_4)y + (e_1^2 - e_2^2 - e_3^2 + e_4^2)z] \\ \xi &= \frac{1}{Z} \end{aligned} \quad (2.8)$$

Expandiendo el valor de ψ_x de las ecuaciones (2.7) usando una serie de Taylor para $\xi = 0$ se tiene la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} \psi_x(\xi) &= \psi_x|_{\xi=0} + \frac{\partial \psi_x}{\partial \xi} \Big|_{\xi=0} \xi + \frac{\partial^2 \psi_x}{\partial \xi^2} \Big|_{\xi=0} \frac{\xi^2}{2} + \dots \\ &= 0 + N_x \xi - N_x D \xi^2 + \dots \end{aligned} \quad (2.9)$$

El mismo procedimiento se aplica para y_c . Si se considera únicamente la aproximación de primer orden de la ecuación (2.9), entonces f/Z_0 puede combinarse con el resto de los parámetros para formar un nuevo vector de parámetros $C = [C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6]^T$. La aproximación resultante del modelo de cámara de perspectiva es:

$$\begin{aligned} x_c &= (C_1^2 + C_2^2 - C_3^2 - C_4^2)x + 2(C_3C_2 + C_1C_4)y + 2(C_4C_2 - C_1C_3)z + C_5 \\ &= f_x(x, y, z; C) \\ y_c &= 2(C_3C_2 - C_1C_4)x + (C_1^2 - C_2^2 + C_3^2 - C_4^2)y + 2(C_4C_3 + C_1C_2)z + C_6 \\ &= f_y(x, y, z; C) \end{aligned} \quad (2.10)$$

donde:

$$C_i = \left[\frac{f}{Z_0} e, \quad \text{para } i = 1, 2, 3 \text{ y } 4, \quad C_5 = f \frac{X_0}{Z_0}, \quad C_6 = f \frac{Y_0}{Z_0} \right] \quad (2.11)$$

Las ecuaciones (2.10) definen el modelo de cámara ortográfica y los parámetros $C_1 \dots C_6$ son llamados *los parámetros de visión*, los cuales determinan la relación entre la localización física de puntos tridimensionales y su correspondiente localización en el plano de la imagen. La aproximación resultante es válida sólo para el caso en que la distancia Z_0 entre la cámara y la región observada es lo más grande posible, de manera que el error dado por la suma de los términos de segundo y mayor orden no considerados en la ecuación (2.9) sea lo más pequeña posible. Tomando el error como el término más significativo de la suma o el de segundo orden en la ecuación (2.9) se obtiene:

$$E(\xi) = \frac{\partial^2 \psi_i}{\partial \xi^2} \bigg|_{\xi=0} \frac{\xi^2}{2} = -N_i D \xi^2 = -\frac{N_i D}{Z_0^2} \quad (2.12)$$

De la ecuación (2.12) se observa que mientras mas grande sea Z_0 respecto a las cantidades x , y , z , X_0 y Y_0 más pequeño es el error en el modelo considerado. Por ejemplo, para un caso práctico de $Z_0 = 5000 \text{ mm}$ y donde las demás cantidades tienen variaciones de hasta 500 mm , la estimación del error en el modelo considerado para los pixeles en x_c en las ecuaciones (2.10) está dado por $E = -N_x D (0.00000004)$ que resulta en un pequeño error o una buena aproximación del modelo de cámara en perspectiva para Z_0 igual a 10 veces más grande que las demás cantidades. El mismo procedimiento se aplica para y_c .

El uso de la proyección ortográfica tiene varias ventajas, como por ejemplo la demanda en términos del tiempo requerido para realizar el cálculo de los seis parámetros del modelo, así como la estabilidad en el procedimiento matemático, que es mayor que en el caso de la proyección de perspectiva [5], y se trata con detalle en el capítulo siguiente.

CAPÍTULO 3

ESTIMACIÓN NO LINEAL DE PARÁMETROS.

3.1 INTRODUCCIÓN.

En éste capítulo se presenta el proceso de estimación de un modelo parcial con la información visual obtenida del procesamiento de imagen. Este enfoque se basa en conceptos de estimación para un modelo definido por una función de parámetros (modelo ortográfico de cámara), y un conjunto de mediciones observadas del comportamiento del mismo (en el plano de la imagen).

Como se comentó, los objetivos del método de manipulación de espacio de cámara se definen y se persiguen en el marco de referencia de las imágenes bidimensionales obtenidas por medio de cada una de las cámaras. Estos objetivos se determinan, definiendo una relación local entre el espacio físico y las imágenes bidimensionales obtenidas. Esta relación puede estimarse y modelarse con la suposición de un modelo ortográfico de cámara que corresponde a una aproximación obtenida del modelo de cámara en perspectiva.

3.2 ESTIMACIÓN NO LINEAL DE PARÁMETROS Y SU VALIDEZ LOCAL.

Por definición, *estimación* es el proceso de extraer información concerniente a una función o modelo $\phi(\mathcal{X})$ de parámetros a partir de y_i observaciones imprecisas (variable medida). La función de parámetros estimada puede considerarse como un modelo matemático de la física del proceso de medición. Este modelo no representa perfectamente la física del proceso de observación, sino que corresponde a una aproximación cuya validez estará limitada a una región donde las observaciones fueron tomadas. La mejor estimación de los parámetros \mathcal{X} del modelo $\phi(\mathcal{X})$, dadas m mediciones observadas, es aquella para la

que los valores observados son más probables, es decir cuando la suma de los cuadrados de las desviaciones (error) es mínima y se obtiene al minimizar una función J del tipo siguiente:

$$J(X) = \sum_{i=1}^n \frac{[y_i - \phi(X)]^2}{\sigma_i^2 y_i} \quad (3.1)$$

El parámetro $w_i = 1/\sigma_i^2$ es el peso relativo igual al recíproco de la varianza en la medición e indica el error con que fue hecha la medición. Este peso relativo le da un énfasis a cada uno de los valores observados y_i . Para el evento en el que las mediciones se realicen con un cierto grado de precisión, se aplica un criterio de peso relativo inversamente proporcional a la precisión con que se realiza la medición, esto es una medición con error cero, debe tener un peso relativo infinito, mientras que una medición con un error infinito debe dársele un peso relativo de cero.

Cuando los parámetros X de la función $\phi(X)$ aparecen en forma no lineal, la minimización puede realizarse por medio del método de *corrección diferencial de mínimos cuadrados* que es una generalización del método de *Newton Rhapson* usado para encontrar los valores de x que satisfacen la expresión $F(x) = 0$. Se trata entonces de un proceso iterativo basado en un incremento, con la restricción de que existan las derivadas parciales del modelo de parámetros y sean de valores únicos continuas. La convergencia depende de la cercanía de los valores iniciales de los parámetros a la solución óptima. El método general para la estimación de parámetros por medio de la corrección diferencial de mínimos cuadrados se puede resumir en 8 pasos los cuales se listan a continuación:

1. Se toman las mediciones y los pesos relativos asignados a éstas:

$$Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} \quad W = \begin{bmatrix} w_{11} & & \\ & \ddots & \\ & & w_{nn} \end{bmatrix}$$

2. Se seleccionan valores iniciales para los parámetros:

$$X_c = \begin{bmatrix} x_{1c} \\ \vdots \\ x_{nc} \end{bmatrix}$$

3. Se calculan los valores actuales del modelo:

$$Y_c = \begin{bmatrix} y_{1c} \\ \vdots \\ y_{mc} \end{bmatrix} \quad y_{ic} = \phi(X_c) \quad i = 1, \dots, m$$

4. Se evalúan los residuales: $\Delta Y_c = Y - Y_c$ y la suma de los cuadrados de los residuos actuales: $J_c = \Delta Y_c^T W \Delta Y_c$ continúe al paso 8 si logra convergencia.

5. Se evalúa la matriz de derivadas parciales:

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial \phi_1}{\partial \hat{\alpha}_1} & \dots & \frac{\partial \phi_1}{\partial \hat{\alpha}_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial \phi_m}{\partial \hat{\alpha}_1} & \dots & \frac{\partial \phi_m}{\partial \hat{\alpha}_n} \end{bmatrix}$$

6. Se determina el vector de corrección ΔX a partir de una aproximación en series de Taylor alrededor de X_c para: $\Delta Y_p = \Delta Y_c - A \Delta X$. La condición necesaria para minimizar la función de residuos J_c está dada por la expresión:

$$\Delta X = (A^T W A)^{-1} A^T W \Delta Y_c$$

7. Aplique las correcciones obtenidas del paso anterior, reemplazando las estimaciones actuales previas, de acuerdo a: $X_{c_{nueva}} = X_{c_{anterior}} + \Delta X$ regrese al paso 3.

8. Considere la estimación óptima: $\hat{X} = X_c$ correspondiente a la última iteración. (si hubo convergencia).

La convergencia es evidente si J_c cambia de manera despreciable en iteraciones sucesivas, o si el vector de incrementos es despreciable. Un proceso en el que no exista convergencia se caracteriza por el hecho de que J_c aumenta en iteraciones sucesivas. Cuando no se logra convergencia se puede deber a dos razones principalmente: los valores iniciales están muy alejados de la solución, o bien problemas numéricos presentes en el cálculo de los parámetros que corrompen el algoritmo.

El proceso descrito de corrección diferencial de mínimos cuadrados ha sido aplicado con éxito a una amplia gama de problemas de estimación no lineal y dado que los parámetros de visión del modelo de cámara ortográfico aparecen de una forma no lineal, se aplicará para determinar una estimación de estos parámetros basados en las mediciones de cada una de las cámaras participantes.

3.2.1 Estimación no lineal de los parámetros de visión.

Los seis parámetros de visión en el vector $C=[C_1 \dots C_6]^T$ se determinan independientemente para cada cámara al minimizar la siguiente función.

$$J(C) = \sum_{i=1}^m \left[\left(x_{ci} - f_x(x_i, y_i, z_i; C) \right)^2 + \left(y_{ci} - f_y(x_i, y_i, z_i; C) \right)^2 \right] W_i \quad (3.2)$$

para m mediciones de la localización en el plano de la imagen de las marcas visuales, (x_{ci}, y_{ci}) correspondiente a la localización física (x_i, y_i, z_i) . W_i representa un peso relativo positivo dado a cada medición. Las relaciones $f_x(x_i, y_i, z_i; C)$ y $f_y(x_i, y_i, z_i; C)$ obtenidas mediante la suposición de un modelo ortográfico, se definen como:

$$\begin{aligned} f_x(x_i, y_i, z_i; C) &= b_1(C)x_i + b_2(C)y_i + b_3(C)z_i + b_4(C) \\ f_y(x_i, y_i, z_i; C) &= b_5(C)x_i + b_6(C)y_i + b_7(C)z_i + b_8(C) \end{aligned} \quad (3.3)$$

donde $b_1 \dots b_8$ agrupa una expresión no lineal que depende de los parámetros de visión como sigue :

$$\begin{aligned} b_1(C) &= C_1^2 + C_2^2 - C_3^2 - C_4^2 & b_5(C) &= 2(C_2 C_3 - C_1 C_4) \\ b_2(C) &= 2(C_2 C_3 + C_1 C_4) & b_6(C) &= C_1^2 - C_2^2 + C_3^2 - C_4^2 \\ b_3(C) &= 2(C_2 C_4 - C_1 C_3) & b_7(C) &= 2(C_3 C_4 - C_1 C_2) \\ b_4(C) &= C_5 & b_8(C) &= C_6 \end{aligned} \quad (3.4)$$

Toda la información requerida para realizar la estimación de los parámetros de visión se identifica con el subíndice i , esto es, x_{ci} , y_{ci} , x_b , y_b , z_i y W_i junto con el número total de observaciones m . Una definición equivalente de $J(C)$ puede obtenerse en forma matricial como sigue:

$$J(C) = \Delta Y^T W \Delta Y \quad (3.5)$$

donde el vector de residuos ΔY y la matriz cuadrada diagonal W se expresan como:

$$\Delta Y = \begin{bmatrix} x_{c1} - f_x(x_1, y_1, z_1; C) \\ y_{c1} - f_y(x_1, y_1, z_1; C) \\ \vdots \\ x_{cm} - f_x(x_m, y_m, z_m; C) \\ y_{cm} - f_y(x_m, y_m, z_m; C) \end{bmatrix} \quad W = \begin{bmatrix} W_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & W_1 & & \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ & & & W_m & 0 \\ 0 & \dots & 0 & W_m \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

Como se mencionó anteriormente, debido a que los parámetros de visión incluidos en f_x y f_y en las ecuaciones (2.3) aparecen en forma no lineal, el proceso de estimación es iterativo y puede derivarse a partir del procedimiento de estimación no lineal de corrección de mínimos cuadrados, iniciando a partir de un valor inicial para los parámetros de visión

C^c . Un incremento subsecuente ΔC se evalúa al considerar una linealización del vector ΔY alrededor de C^c usando una expansión en series de *Taylor* como sigue:

$$\Delta Y^p \approx \Delta Y^c - A \Delta C, \quad (3.7)$$

donde ΔY^p puede considerarse como el vector de predicción de los residuales obtenido cuando se aplica la corrección ΔC . El vector ΔY^c representa a los residuos actuales obtenidos al sustituir C^c en la expresión para ΔY en la ecuación (2.4). La matriz A de $(2m \times 6)$, puede obtenerse como el siguiente producto matricial:

$$A = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & z_1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & x_1 & y_1 & z_1 & 1 \\ & & & \vdots & & & & \\ x_m & y_m & z_m & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & x_m & y_m & z_m & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial(b_1)}{\partial(C_1)} & \dots & \frac{\partial(b_1)}{\partial(C_6)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial(b_s)}{\partial(C_1)} & \dots & \frac{\partial(b_s)}{\partial(C_6)} \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

Los valores de $\frac{\partial(b_1)}{\partial(C_1)} \dots \frac{\partial(b_s)}{\partial(C_6)}$ en la matriz de la parte derecha de la ecuación (2.8) son evaluados en el valor actual de los parámetros de visión C^c . La corrección ΔC se obtiene al minimizar la siguiente función:

$$J'(\Delta C) = \Delta Y^{pT} W \Delta Y^p$$

la condición necesaria para la minimización de la función y la introducción de la ecuación (3.7), lleva a la siguiente expresión para resolver ΔC .

$$\Delta C = [A^T W A]^{-1} [A^T W \Delta Y^c] \quad (3.9)$$

En la que la matriz de la parte derecha es no singular.

$$[A^T W A] = \begin{bmatrix} \frac{\partial(b_1)}{\partial C_1} & \dots & \frac{\partial(b_1)}{\partial C_6} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial(b_8)}{\partial C_1} & \dots & \frac{\partial(b_8)}{\partial C_6} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} M_0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & M_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial(b_1)}{\partial C_1} & \dots & \frac{\partial(b_1)}{\partial C_6} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial(b_8)}{\partial C_1} & \dots & \frac{\partial(b_8)}{\partial C_6} \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

$$[A^T W A] = \begin{bmatrix} \frac{\partial(b_1)}{\partial C_1} & \dots & \frac{\partial(b_1)}{\partial C_6} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial(b_8)}{\partial C_1} & \dots & \frac{\partial(b_8)}{\partial C_6} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} M_{xc} & \dots & M_0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ M_{xc} & \dots & 0 & \dots & M_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -b_1 \\ \vdots \\ -b_8 \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

Cada valor de b_1, \dots, b_8 en la expresión anterior representa a los coeficientes definidos en la ecuación (2.4), evaluados usando la estimación actual de los parámetros C^c . Las matrices M_0 , M_{xc} y M_{yc} se representan por medio de:

$$M_0 = \begin{bmatrix} \sum x_i^2 W_i & \sum x_i y_i W_i & \sum x_i z_i W_i & \sum x_i W_i \\ & \sum y_i^2 W_i & \sum y_i z_i W_i & \sum y_i W_i \\ & & \sum z_i^2 W_i & \sum z_i W_i \\ \text{Simetrica} & & & \sum W_i \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

$$M_{xc} = \begin{bmatrix} \sum x_{ci} x_i W_i \\ \sum x_{ci} y_i W_i \\ \sum x_{ci} z_i W_i \\ \sum x_{ci} W_i \end{bmatrix} \quad M_{yc} = \begin{bmatrix} \sum y_{ci} x_i W_i \\ \sum y_{ci} y_i W_i \\ \sum y_{ci} z_i W_i \\ \sum y_{ci} W_i \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

En las que la sumatoria está evaluada en i desde 1 hasta m observaciones. Cada una de estas matrices contiene una serie de momentos que se requieren para determinar a los parámetros de visión. Cabe hacer notar aquí que la cantidad de memoria requerida para este proceso no está afectada por el número de mediciones, ya que estas se compactan dentro de cada matriz de momentos. Mas aún, actualizar cada matriz cada vez de que se dispone de

nueva información no representa un incremento significativo en trabajo computacional, puesto que cada medición nueva se suma en la forma requerida por cada elemento de las matrices.

Un conjunto actualizado de parámetros de visión se obtiene al sumar al conjunto actual C^e el valor de ΔC obtenido por la ecuación (3.9). El proceso iterativo continúa con el conjunto actualizado hasta que se obtiene convergencia. La implementación computacional en forma general para m mediciones, del procedimiento anterior de estimación, se facilita con la notación en sumatoria de las ecuaciones (3.10) y (3.11) [5]:

$$[A^T W A]_{k,l} = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 \left(\frac{\partial b_i}{\partial \hat{\alpha}_i} \frac{\partial b_j}{\partial \hat{\alpha}_i} + \frac{\partial b_{i+4}}{\partial \hat{\alpha}_i} \frac{\partial b_{j+4}}{\partial \hat{\alpha}_i} \right) [Mo]_{k,l}, k, l = 1, \dots, 6$$

$$[A^T W \Delta Y^e]_k = \sum_{i=1}^4 \left(\frac{\partial b_i}{\partial \hat{\alpha}_i} [Mxc] + \frac{\partial b_{i+4}}{\partial \hat{\alpha}_i} [Mye] \right) - \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 \left(b_i \frac{\partial b_j}{\partial \hat{\alpha}_i} + b_{i+4} \frac{\partial b_{j+4}}{\partial \hat{\alpha}_i} \right) [Mo]_{k,l}$$

3.3 IDENTIFICACIÓN DE LAS MARCAS VISUALES.

La información requerida para realizar una estimación del vector C de parámetros de visión independientemente para cada cámara utilizada, se establece por los vectores de m muestras x_c, y_c, x, y, z y W , donde la m -ésima muestra, indica una marca visual detectada en el plano de la imagen y su correspondiente posición física conocida. Es evidente la necesidad de identificar cada marca visual detectada en el plano de la imagen (x_{cm}, y_{cm}) al aplicar el algoritmo de estimación de parámetros, para establecer la correspondencia con su posición física (x_m, y_m, z_m) , además se presenta el caso donde se tienen en el plano de la imagen marcas visuales tanto del objeto manipulable como del no manipulable.

3.3.1 Parámetros de visión referidos al objeto no manipulable.

Los objetivos de la maniobra (información de la posición y orientación de la pieza de trabajo) se establecen independientemente para cada cámara participante definiendo una relación entre el espacio físico cercano a la pieza de trabajo y las imágenes bidimensionales obtenidas por medio de las cámaras participantes. Esta relación se establece más fácilmente haciendo uso de un cierto número de marcas visuales colocadas sobre el objeto no manipulable (como mínimo tres), cuya localización en un sistema de coordenadas de referencia colocado sobre éste es conocida. Esta relación facilita la definición de trayectorias de aproximación adecuadas entre el objeto manipulable y la pieza de trabajo que dependen de los objetivos de la tarea de colocación en particular.

Al iniciar una tarea de colocación se toman muestras de la posición en el plano de la imagen (x_c, y_c) para cada una de las marcas visuales colocadas en el objeto no manipulable, en donde se sigue un procedimiento secuencial, de tal manera que se toma una imagen del objeto para cada una de las marcas visuales sin la presencia de las otras marcas utilizadas, es decir, se apagan y dado que se conoce completamente la geometría del objeto son conocidas las posiciones (x, y, z) relativas al sistema de referencia fijo al objeto no manipulable correspondientes a cada muestra.

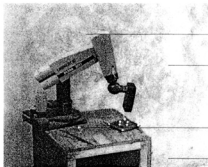


Figura 3.1 Marcas visuales en el objeto no manipulable.

Al detectar completamente todas las marcas visuales colocadas al objeto, se obtienen (x_{ij}, y_{ij}) muestras en el plano de la imagen del j -ésimo punto de interés. Usando éstas muestras se estima el vector de parámetros de visión referido al objeto no manipulable, independientemente para cada cámara participante $\bar{C} = [\bar{C}_1 \dots \bar{C}_6]^T$, aplicando el procedimiento de estimación de parámetros de visión presentado. Está estimación relaciona la posición en el plano de la imagen de las marcas visuales, con la posición física relativa a un sistema cartesiano colocado arbitrariamente, pero convenientemente en el objeto no manipulable y proporciona la información del objeto necesaria. Las marcas visuales del objeto no manipulable permanecen en la misma posición en el espacio de trabajo durante la tarea de colocación, debido a esto se pueden identificar en imágenes adquiridas posteriormente, haciendo uso de la capacidad predictiva de los modelos estimados para cada cámara. Otro enfoque es el de apagar las marcas visuales del objeto no manipulable durante la tarea de colocación para no afectar la identificación de las marcas visuales en el objeto manipulable. Considerando por ejemplo la pieza de trabajo que se muestra en la *figura 3.1*, en la cual de manera típica se detectan 8 marcas visuales por el procesamiento de imagen para diferentes posiciones. Es posible estimar los seis parámetros de visión en cada caso, que definen la relación de éstas marcas con su respectiva posición física relativa a un sistema de coordenadas fijo en el centro del objeto, como se muestra en la *figura 3.2*.

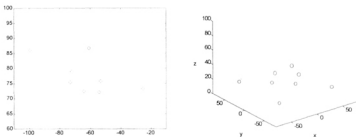


Figura 3.2. Coordenadas en el plano de la imagen y su posición física para 8 marcas visuales en un caso típico.

Aplicando el algoritmo descrito en un gran número de posiciones del objeto no manipulable, para la estimación de los parámetros de visión se obtiene un comportamiento típico de la convergencia por el algoritmo iterativo como se muestra en la figura siguiente:

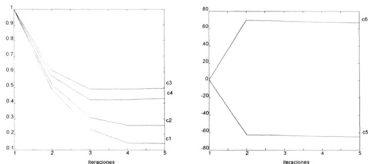


Figura 3.3. Convergencia de los seis parámetros de visión en 5 iteraciones para un caso típico.

Sustituyendo la mejor estimación obtenida de los parámetros, en las *ecuaciones* (3.3) y (3.4) que definen el modelo de cámara ortográfico, y los valores de las posiciones físicas correspondientes a cada marca se predice la posición en el plano de la imagen (x_c , y_c), que debe corresponder con la posición original detectada para cada marca visual (buena aproximación del modelo estimado).

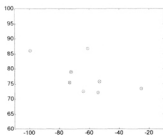


Figura 3.4. Comparación de las coordenadas x_c , y_c para cada marca en caso típico.

El error promedio absoluto de las coordenadas en el plano de la imagen es en general para los casos analizados, menor a 0.8 píxeles, lo que comprueba que los parámetros estimados definen un buen modelo, válido solo en la región donde fueron hechas las mediciones para cada caso respectivamente.

3.3.2 Parámetros de visión referidos al objeto manipulable.

Antes de iniciar una tarea de colocación, se requiere de una determinación inicial de los seis parámetros de visión referidos al objeto manipulable o herramienta para cada cámara participante. Esta estimación se realiza moviendo el manipulador por una secuencia preplaneada de movimientos, a lo largo de la cual se toman muestras de la posición física (x, y, z) obtenidas por medio del modelo cinemático y la configuración angular del manipulador (ver Anexo A), así como de la posición en el plano de la imagen para un cierto número de marcas visuales colocadas sobre el objeto manipulable o herramienta.

En cada posición intermedia de la trayectoria preplaneada es tomada una muestra de la configuración angular del manipulador, así como una muestra (x_c, y_c) correspondiente a la detección en el plano de la imagen para "una" marca visual colocada sobre el objeto manipulable, cuya posición física (x, y, z) relativa a la configuración angular del manipulador es conocida, de tal manera que durante este procedimiento las otras marcas visuales utilizadas en los objetos son apagadas, para evitar posibles problemas de identificación.

Los parámetros de visión referidos al objeto manipulable, se determinan independientemente para cada cámara participante mediante el proceso de estimación presentado, que combina la información de la configuración del manipulador con el modelo cinemático del mismo.

La estimación inicial de los parámetros de visión referidos al objeto manipulable se emplea para determinar una trayectoria de aproximación del manipulador hacia la pieza de trabajo, a lo largo de la cual se toman nuevas muestras para todas las marcas visuales colocadas en el objeto manipulable.

Se puede seguir un procedimiento secuencial para tomar muestras de manera que se toma una imagen para cada una de las marcas visuales sin la presencia de las otras marcas visuales utilizadas, es decir se apagan y donde se conoce completamente las posiciones (x, y, z) relativas a la configuración angular en el manipulador correspondientes a cada muestra. Alternativamente se puede usar el modelo mas actual para la identificación del resto de las marcas, prediciendo la localización en el plano de la imagen con un cierto error. Si se detectan completamente todas los j marcas visuales colocadas al objeto manipulable, se obtienen (x_{c_j}, y_{c_j}) muestras en el plano de la imagen del j -ésimo punto de interés durante cada sección de la trayectoria de aproximación. Usando estas muestras se refinan aún más la estimaciones de los seis parámetros de visión para cada cámara durante la tarea de colocación.

El procedimiento descrito para la estimación no lineal de parámetros de visión para cada cámara participante, se debe sincronizar con la obtención y procesamiento de las imágenes por medio de la computadora. En general se garantiza una determinación precisa de los parámetros al considerar muestras obtenidas en un rango amplio de la configuración del manipulador.

Los criterios utilizados no son únicos y dependen de las características de las marcas visuales utilizadas, por ejemplo en marcas visuales que no se puedan "quitar" se tiene que buscar un enfoque distinto para identificarlas durante su detección en la tarea de colocación, como por ejemplo, buscar una característica geométrica para distinguirlas o usando la capacidad predictiva de los modelos estimados mas actuales para identificarlas.

CAPÍTULO 4

MÉTODO DE MANIPULACIÓN DE ESPACIO DE CÁMARA.

4.1 INTRODUCCIÓN.

En éste capítulo se presenta la manera en que se hace que un manipulador realice alguna acción en base a una interpretación de la información obtenida por medio de la aplicación de los conceptos de estimación tratados en el capítulo anterior. La mejor estimación de los parámetros de visión tiene como finalidad poder evaluar y perseguir los objetivos establecidos en una tarea específica de colocación, por medio de la estimación consecutiva de la configuración interna del manipulador más adecuada durante la maniobra de aproximación. Todos los procedimientos que se trataran a continuación están dentro de la categoría llamada visión de alto nivel.

4.2 DETERMINACIÓN DE LA CONFIGURACIÓN ANGULAR DEL ROBOT.

El manipulador que sujeta al objeto manipulable o herramienta es guiado hacia el objeto no manipulable mediante la determinación de su configuración interna, de tal manera que un cierto número de puntos de interés establecidos en el objeto no manipulable o pieza de trabajo, llamados puntos objetivo coinciden lo mejor posible con el mismo número de destinos en el plano de la imagen. Estos puntos de destino son generados considerando la posición relativa de los puntos de interés establecidos en el objeto manipulable o herramienta sujeta por el manipulador. Una definición consecutiva de estos objetivos en el plano de la imagen, asegurará que el objeto manipulable se aproxime gradualmente al objeto no manipulable durante la trayectoria de aproximación, de una manera correcta y adecuada hasta finalizar la tarea de colocación.

La determinación de la configuración interna del manipulador se realiza al minimizar la función γ siguiente, que considera las variables de junta del manipulador que se incluyen dentro del vector θ , para n_c cámaras usadas y n_i puntos objetivos establecidos, los cuales en general se determinan independientemente para cada cámara usada.

$$\gamma(\theta) = \sum_{i=1}^{n_c} \sum_{j=1}^{n_i(i)} \left\{ \begin{aligned} & \left[x_{ij}^i - f_x \left(r_{x_j}^i(\theta), r_{y_j}^i(\theta), r_{z_j}^i(\theta); C^i \right) \right]^2 \\ & + \left[y_{ij}^i - f_y \left(r_{x_j}^i(\theta), r_{y_j}^i(\theta), r_{z_j}^i(\theta); C^i \right) \right]^2 \end{aligned} \right\} * W_i \quad (4.1)$$

El j -ésimo punto objetivo establecido para la i -ésima cámara se define como (x_{ij}^i, y_{ij}^i) y su localización física correspondiente con respecto al sistema unido a la base del robot, se designa como $(r_{x_j}^i, r_{y_j}^i, r_{z_j}^i)$. Esta posición depende de la configuración angular del robot incluida en el vector θ . Las funciones $f_x(\dots)$ y $f_y(\dots)$ corresponden a la suposición de un modelo ortográfico de cámara como se describe en las ecuaciones (4.3).

Como ya se planteó, los parámetros de visión referidos al objeto manipulable definen una relación local entre la configuración del manipulador y la localización en el plano de la imagen para un cierto número de marcas visuales colocadas en la herramienta. Esta relación es de utilidad para minimizar la función γ lo mejor posible. La versión mas actual de estos parámetros para la i -ésima cámara esta incluida en C^i y el peso relativo dado a cada punto objetivo se define en W_j^i , el cual para propósitos prácticos se puede considerar como uniforme para todos los puntos.

Con la finalidad de establecer una matriz de momentos que contenga toda la información de los objetivos de la maniobra y de los puntos (x_{ij}^i, y_{ij}^i) , las funciones de $f_x(\dots)$ y $f_y(\dots)$ serán definidas como función del mismo número de puntos objetivo $(t_{ij}^i, t_{jy}^i, t_{jz}^i)$.

La definición de los objetivos en el plano de la imagen, se facilita usando un conjunto de parámetros de visión referidos al objeto no manipulable y que son obtenidos a partir de las marcas visuales colocadas sobre el objeto no manipulable. Estos parámetros de visión se designan, para la i -ésima cámara como \bar{C}^i . La importancia de este conjunto de parámetros de visión radica en el hecho de que se usan para definir una trayectoria de aproximación adecuada del objeto manipulado respecto al objeto no manipulado, durante la tarea de colocación específica que se esté realizando.

En general la localización tridimensional de los puntos objetivo establecidos en una tarea específica con respecto a un sistema de coordenadas fijo en el objeto no manipulable se designa como $(t_{xj}^i, t_{yj}^i, t_{zj}^i)$. Las posiciones tridimensionales intermedias de los puntos objetivo $(t'_{xj}^i, t'_{yj}^i, t'_{zj}^i)$ constituyen la trayectoria de aproximación, y pueden definirse por medio de una matriz de transformación homogénea D^i (4×4), para la i -ésima cámara usada como sigue:

$$\begin{bmatrix} t'_{xj}^i \\ t'_{yj}^i \\ t'_{zj}^i \\ 1 \end{bmatrix} = D^i \begin{bmatrix} t_{xj}^i \\ t_{yj}^i \\ t_{zj}^i \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

La localización de los puntos objetivo en el plano de la imagen se evalúa considerando un modelo de cámara ortográfico, usando las ecuaciones (4.3) y los parámetros de visión incluidos en \bar{C}^i para la i -ésima cámara como:

$$\begin{aligned} x_j &= b_1(\bar{C}) t'_{x_i} + b_2(\bar{C}) t'_{y_i} + b_3(\bar{C}) t'_{z_i} + b_4(\bar{C}) \\ y_j &= b_5(\bar{C}) t'_{x_i} + b_6(\bar{C}) t'_{y_i} + b_7(\bar{C}) t'_{z_i} + b_8(\bar{C}) \end{aligned} \quad (4.3)$$

La introducción de la transformación definida en la ecuación (4.2) permite definir los objetivos en el plano de la imagen como una función de $(t_{y_j}^i, t_{y_j}^i, t_{z_j}^i)$ en forma matricial como:

$$\begin{bmatrix} x_{t_j}^i \\ y_{t_j}^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_{x_j}^i & t_{y_j}^i & t_{z_j}^i & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & t_{x_j}^i & t_{y_j}^i & t_{z_j}^i & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D^{i'} & \vdots & 0 \\ \cdots & \vdots & \cdots \\ 0 & \vdots & D^{i'} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{b}_1^i \\ \vdots \\ \bar{b}_8^i \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

Considerando ahora los valores de $f_x(\dots)$ y $f_y(\dots)$ dentro de la función $\gamma(\theta)$ en la ecuación (4.1), que depende tanto de la localización física de las marcas manipuladas $(r_{x_j}^i(\theta), r_{y_j}^i(\theta), r_{z_j}^i(\theta))$, que se obtienen usando el modelo cinemático directo del manipulador, así como de la versión mas actualizada de los parámetros de visión incluida en C^i , para cada cámara usada.

$$\begin{aligned} f_x(r_{x_j}^i(\theta), r_{y_j}^i(\theta), r_{z_j}^i(\theta); C) &= b_1 r_{x_j}^i(\theta) + b_2 r_{y_j}^i(\theta) + b_3 r_{z_j}^i(\theta) + b_4 \\ f_y(r_{x_j}^i(\theta), r_{y_j}^i(\theta), r_{z_j}^i(\theta); C) &= b_5 r_{x_j}^i(\theta) + b_6 r_{y_j}^i(\theta) + b_7 r_{z_j}^i(\theta) + b_8 \end{aligned} \quad (4.5)$$

donde los valores de b_1^i, \dots, b_8^i están definidos en la ecuación (4.3), para los parámetros de visión C^i estimados para la i -ésima cámara.

La localización física dentro de las dos expresiones anteriores, puede definirse en términos de los puntos objetivo buscados $(t_{y_j}^i, t_{y_j}^i, t_{z_j}^i)$ usando el modelo cinemático del manipulador y la geometría conocida del objeto manipulado. Al considerar el uso de sistemas de coordenadas independientes de tal forma que un sistema de coordenadas $(X_T Y_T Z_T)$ establecido convenientemente en el objeto manipulable, coincida con el Sistema de coordenadas $(X_N Y_N Z_N)$ unido al objeto no manipulable cuando la tarea de colocación termine (ver figura 4.1), se puede establecer un procedimiento sistemático para obtener la configuración angular del manipulador.

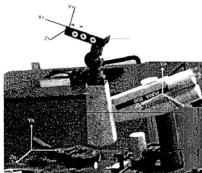


Figura 4.1 Sistemas coordenados en el espacio de trabajo.

Es posible obtener una matriz de transformación homogénea $T_K(\theta)$ que relacione al primer sistema coordinado unido al robot ($X_0 Y_0 Z_0$), con respecto a el sistema coordinado establecido en la herramienta ($X_T Y_T Z_T$), la cual esta sujeta por el manipulador, tal y como se muestra en la *figura 4.1*. Esta transformación constituye el modelo cinemático directo del manipulador (ver *Anexo B cinemática directa*).

Otras matrices de transformación Γ^i definidas independiente para la *i-esima* cámara usada permiten establecer un conjunto de sistemas de coordenadas intermedios con respecto al sistema de coordenadas en la herramienta ($X_T Y_T Z_T$). Entonces, la siguiente relación puede obtenerse para el *j-ésimo* punto de destino en la *i-esima* cámara usada como:

$$\begin{bmatrix} r_{x_j}^i(\theta) \\ r_{y_j}^i(\theta) \\ r_{z_j}^i(\theta) \\ 1 \end{bmatrix} = T_K(\theta) \Gamma^i \begin{bmatrix} t_{x_j}^i \\ t_{y_j}^i \\ t_{z_j}^i \\ 1 \end{bmatrix} = T^i(\theta) \begin{bmatrix} t_{x_j}^i \\ t_{y_j}^i \\ t_{z_j}^i \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

La introducción de esta transformación dentro de las *ecuaciones (4.5)* lleva a la siguiente expresión en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} f_x(\dots) \\ f_y(\dots) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t'_{x_j} & t'_{y_j} & t'_{z_j} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & t'_{x_j} & t'_{y_j} & t'_{z_j} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T'^T & \vdots & 0 \\ \dots & \vdots & \dots \\ 0 & \vdots & T'^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b'_1 \\ \vdots \\ b'_8 \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

Al sustituir la expresión previa (que es análoga a las ecuaciones para (x_0^i, y_0^i) definidas en la ecuación (4.4) y las ecuaciones (4.3) dentro de la función $\gamma(\theta)$ descrita en la ecuación (4.1), se deriva la siguiente versión de esta función en forma matricial:

$$\gamma(\theta) = \sum_{i=1}^{n_c} \Delta V'^i \begin{bmatrix} M_T^i & \vdots & 0 \\ \dots & \vdots & \dots \\ 0 & \vdots & M_T^i \end{bmatrix} \Delta V'^i \quad (4.8)$$

Para n_c cámaras usadas. M_T^i representa una matriz de momentos de dimensiones 4×4 mientras que $\Delta V'^i$ es una matriz de dimensión 8×1 , ambas matrices están definidas para cada cámara usada como:

$$M_T^i = \begin{bmatrix} \sum t'^2_{x_j} W'_j & \sum t'_{x_j} t'_{y_j} W'_j & \sum t'_{x_j} t'_{z_j} W'_j & \sum t'_{x_j} W'_j \\ & \sum t'^2_{y_j} W'_j & \sum t'_{y_j} t'_{z_j} W'_j & \sum t'_{y_j} W'_j \\ & & \sum t'^2_{z_j} W'_j & \sum t'_{z_j} W'_j \\ \text{Simetrica} & & & \sum W'_j \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

$$\Delta V'^i = \begin{bmatrix} D'^T & \vdots & 0 \\ \dots & \vdots & \dots \\ 0 & \vdots & D'^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{b}'_1 \\ \vdots \\ \bar{b}'_8 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} T'^T & \vdots & 0 \\ \dots & \vdots & \dots \\ 0 & \vdots & T'^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b'_1 \\ \vdots \\ b'_8 \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

las sumatorias en la matriz M_T^i se desarrollan en j desde 1 hasta el total de puntos objetivo definidos para cada cámara $m(i)$ usada. Esta matriz de momentos contiene toda la información requerida, de la posición física de los puntos objetivo para la determinación de la configuración interna del manipulador, y se determina una sola vez al inicio de la maniobra independientemente para cada cámara usada.

Es posible simplificar aún más el proceso de la determinación de la configuración interna del manipulador, esta simplificación consiste en diagonalizar la matriz de momentos y obtener una matriz $M_r^{i,d}$ tal que:

$$M_r^i = L^i M_r^{i,d} L^{i,T} \quad (4.11)$$

donde,

$$M_r^{i,d} = \begin{bmatrix} \lambda'_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \lambda'_n \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

La sustitución de la ecuación (4.11) dentro de la función $\gamma(\theta)$ definida en la ecuación (4.1) nos lleva a la siguiente expresión simplificada para $\gamma(\theta)$, expresada en forma matricial como:

$$\gamma(\theta) = \sum_{i=1}^n \Delta Y_M^{i,T} \Delta Y_M^i \quad (4.13)$$

donde:

$$\Delta Y_M^i = R_r^i - R_\theta^i \quad (4.14)$$

Las matrices de dimensiones 8×1 , R_r^i y R_θ^i se definen como sigue:

$$R_r^i = \begin{bmatrix} M_r^{i,d} & \vdots & 0 \\ \cdots & \vdots & \cdots \\ 0 & \vdots & M_r^{i,d} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D^{nT} & \vdots & 0 \\ \cdots & \vdots & \cdots \\ 0 & \vdots & D^{nT} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1^i \\ \vdots \\ b_n^i \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

$$R_\theta^i = \begin{bmatrix} M_r^{i,d} & \vdots & 0 \\ \cdots & \vdots & \cdots \\ 0 & \vdots & M_r^{i,d} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T^{nT} & \vdots & 0 \\ \cdots & \vdots & \cdots \\ 0 & \vdots & T^{nT} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1^i \\ \vdots \\ b_n^i \end{bmatrix}$$

donde:

$$\begin{aligned} D^{nT} &= D^i & L^i \\ T^{nT} &= T^i & L^i \end{aligned} \quad (4.16)$$

La matriz $M_T^{sd(1/2)}$, contiene la raíz cuadrada de los elementos contenidos en la diagonal principal de la matriz M_T^{sd} , como sigue:

$$M_T^{sd(1/2)} = \begin{bmatrix} \sqrt{\lambda_1} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \sqrt{\lambda_n} \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

Puede demostrarse (ver [7]) que los valores de λ_1 , λ_2 , λ_3 , y λ_4 son números positivos. El proceso de diagonalización en un programa de computadora, para la matriz de momentos M_T^j se facilita por el hecho de que esta matriz es simétrica con elementos reales. Este hecho garantiza que los *eigenvalores* resultantes sean reales. Además, facilita la aplicación de la transformación de *Jacobi* [12] consistente en un método iterativo para la determinación de los *eigenvalores* y *eigenvectores*, que constituirán las columnas de la matriz L^j .

La matriz R_θ^j contiene la información de la configuración interna del manipulador incluida en θ . La matriz R_T^j contiene la información de la posición física de los puntos objetivo, y esta basado en los parámetros de visión incluidos en \bar{C}^i . También depende de la matriz de transformación D^j la cual se puede cambiar en cada intervalo para modificar la trayectoria de aproximación del objeto manipulado hasta el no manipulado. En general y para propósitos prácticos, ambas matrices de transformación D y Γ proporcionan un medio conveniente para definir una trayectoria de aproximación del objeto manipulado hacia el no manipulado.

Debido a la validez local de los parámetros de visión para el objeto no manipulado, incluido en \bar{C}^i se restringe a la matriz D^j a ser unitaria, es decir el sistema intermedio en la trayectoria de aproximación definido por la transformación D^j mantiene la misma posición

y orientación respecto al sistema relativo al objeto no manipulable. Esto minimiza un posible error debido a los parámetros de visión \bar{C} . La matriz de transformación I^* contiene la transformación homogénea necesaria para girar y alinear adecuadamente el sistema relativo al objeto manipulable con respecto al sistema intermedio en la trayectoria de aproximación.

Como se planteó, la determinación de la configuración interna del manipulador se obtiene al minimizar la función $\gamma(\theta)$. Esta minimización procede de manera iterativa, similar al procedimiento de Newton-Rhapson, empezando de una configuración inicial cercana a la solución, la cual es modificada por un incremento $\Delta\theta = [\Delta\theta_1, \dots, \Delta\theta_{gdl}]^T$ donde gdl representa el número de grados de libertad del manipulador, hasta que se obtiene convergencia. El valor de $\Delta\theta$, aparece dentro del proceso de linealización del vector de residuos ΔY_M^i usando una expansión en series de *Taylor* como sigue:

$$\begin{bmatrix} \Delta Y_M^1 \\ \vdots \\ \Delta Y_M^{n_c} \end{bmatrix}^p \approx \begin{bmatrix} \Delta Y_M^1 \\ \vdots \\ \Delta Y_M^{n_c} \end{bmatrix}^c - A_\theta \Delta\theta \quad (4.18)$$

para n_c cámaras usadas, donde la parte izquierda de la expresión en la ecuación (4.18) representa los residuos que se esperan cuando se aplica la corrección $\Delta\theta$, mientras que el termino medio representa a los residuos actuales, la matriz A_θ se puede obtener de :

$$A_\theta = \begin{bmatrix} \frac{\partial(R_\theta^1)}{\partial(\theta_1)} & \dots & \frac{\partial(R_\theta^1)}{\partial(\theta_{gdl})} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial(R_\theta^{n_c})}{\partial(\theta_1)} & \dots & \frac{\partial(R_\theta^{n_c})}{\partial(\theta_{gdl})} \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

La condición necesaria para la minimizar $\gamma(\theta)$ lleva a una solución para $\Delta\theta$ como sigue suponiendo que $(A_\theta^T A_\theta)$ no debe ser singular:

$$\Delta\theta = \left[A_\theta^T A_\theta \right]^{-1} A_\theta^T \begin{bmatrix} \Delta Y_M^1 \\ \vdots \\ \Delta Y_M^n \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

La implementación en un programa de computadora de un algoritmo para resolver la configuración interna para el manipulador, se facilita usando una notación en forma de sumatorias [7], para las matrices incluidas en la determinación de $\Delta\theta$ como sigue:

$$\begin{aligned} \left[A_\theta^T A_\theta \right]_{k,j} &= \sum_{i=1}^m \sum_{p=1}^4 \sum_{n=1}^4 \sum_{n+1}^4 (b'_{in} b'_{jn} + b'_{in+1} b'_{jn+1}) \left[\frac{\partial [T^*]_{m,p}}{\partial \theta_k} \frac{\partial [T^*]_{n,p}}{\partial \theta_i} \right] \lambda_p' \\ \begin{bmatrix} A_\theta^T \\ \vdots \\ \Delta Y M^n \end{bmatrix}_x &= \sum_{i=1}^m \sum_{p=1}^4 \left\{ \sum_{n=1}^4 ([R_r']_p b'_{in} + [R_r']_{p+1} b'_{in+1}) \frac{\partial [T^*]_{n,p}}{\partial \theta_i} \sqrt{\lambda_p'} \right. \\ &\quad \left. - \sum_{n=1}^4 \sum_{n+1}^4 (b'_{in} b'_{jn} + b'_{in+1} b'_{jn+1}) \left[[T^*]_{n,p} \frac{\partial [T^*]_{j,p}}{\partial \theta_i} \right] \lambda_p' \right\} \end{aligned}$$

4.3 INTEGRACIÓN DE ALGORITMOS.

Para realizar una tarea de colocación, cualquiera que sea ésta, es necesario una integración de los procesos presentados. Un enfoque para simplificar la integración de algoritmos es seguir un enfoque modular para la aplicación de cada algoritmo secuencialmente en una tarea de colocación, como se muestra en el diagrama de bloques siguiente.

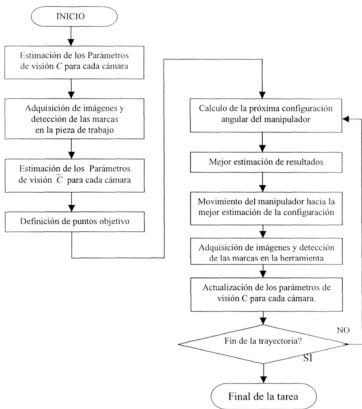


Figura 4.2 Procesos para realizar una tarea de colocación.

4.4 OBJETIVOS EN UNA TAREA DE COLOCACIÓN.

No existe un método general para establecer, por medio del número de las señales visuales usadas así como de la colocación de éstas en los puntos de interés, los objetivos en una tarea de colocación. En general los puntos de interés en el objeto manipulable o herramienta y en el objeto no manipulable o pieza de trabajo, no tienen la misma configuración física o posición relativa con respecto a cada sistema de coordenadas ligado a cada objeto, debido a la geometría diferente de ambos.

Los objetivos en una tarea de colocación, se pueden establecer en términos de los sistemas de coordenadas independientes de cada objeto, y que pueden ser definidos de una manera arbitraria pero conveniente en los objetos manipulable y no manipulable. Entonces la posición tridimensional relativa de las señales visuales usadas respecto a estos sistemas de coordenadas es relevante, para perseguir los objetivos deseados.

Por lo anterior es conveniente utilizar un número suficiente de marcas visuales (como mínimo tres), también se debe hacer una colocación adecuada de éstas en las áreas visibles y de interés para cada cámara en los objetos, y así establecer lo mejor posible los objetivos en una tarea de colocación (estimar lo mejor posible los parámetros de visión).

En teoría se pueden escoger un número infinito de puntos de interés para colocar las marcas visuales en los objetos, de manera que estén contenidos en el mayor espacio tridimensional relativo a los sistemas de coordenadas de cada objeto. En la práctica un posible enfoque, teniendo en cuenta la validez local de los parámetros de visión, es tomar como los puntos objetivo en una tarea de colocación, las marcas visuales en el objeto no manipulable que sean detectadas en el plano de la imagen en cada cámara usada. Así es fácil usar las mediciones del objeto no manipulable para establecer los objetivos en cada cámara usada dentro del algoritmo.

4.4.1 Tarea de colocación.

Considerando un caso básico de colocación en el cual se necesita guiar y colocar una herramienta sujeta a un manipulador *PUMA 200* con respecto a una pieza de trabajo. En ésta última se desconoce su orientación y posición física respecto al manipulador, pero se conoce totalmente su información geométrica. Se puede simular la tarea de colocación descrita con fines de análisis, teniendo en cuenta una serie de consideraciones que se describen a continuación en ésta sección.

El objetivo es colocar la herramienta respecto a la pieza de trabajo como se muestra en la *figura 4.3*, con una trayectoria de aproximación perpendicular a la pieza de trabajo. Los sistemas de coordenadas independientes de la herramienta y de la pieza de trabajo se establecen convenientemente para facilitar lo anterior, de manera que el sistema de coordenadas $(X_T Y_T Z_T)$ en la herramienta tiene que ser girado y alineado por el manipulador, con respecto al sistema de coordenadas $(X_N Y_N Z_N)$ establecido en la pieza de trabajo, de tal forma que al terminar la tarea de colocación coincidan en cada eje respectivamente. Se colocan 8 marcas visuales en la pieza de trabajo dada la geometría de la región de interés y el sistema de coordenadas establecido como se muestra en las *figura 4.4*.

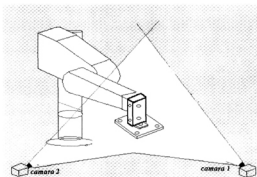


Figura 4.3. Tarea de colocación.

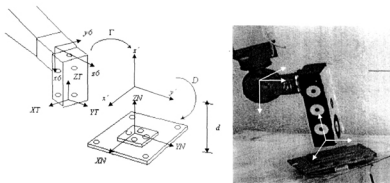


Figura 4.4 Sistemas de coordenadas en el espacio de trabajo del manipulador.

La matriz E en la ecuación (4.28) define la transformación homogénea del sistema de coordenadas fijo en la muñeca del manipulador (x_6 y_6 z_6) dibujado en la figura 4.4, con respecto al sistema de coordenadas (X_T Y_T Z_T) establecido en la herramienta (ver anexo B cinemática). Se supone de la geometría de la herramienta que corresponde a una traslación en los ejes x_6 y z_6 de 30 y 115 milímetros respectivamente y una rotación en los ejes z_6 y y_6 en ese orden de -90 y 90 grados respectivamente.

$$E = T_z_{30\text{mm}} * T_x_{115\text{mm}} * R_y_{-90} * R_z_{90} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 115 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 30 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.28)$$

La matriz Z que define la relación del primer sistema de coordenadas (X_0 Y_0 Z_0) fijo en el robot con respecto a su base se considera unitaria, es decir las coordenadas absolutas del manipulador se establecen a partir del sistema de coordenadas (X_0 Y_0 Z_0) fijo en el centro del hombro del manipulador. Suponiendo una imagen del espacio de trabajo del manipulador para dos cámaras como se muestra en la figura 4.5, se obtienen las mediciones de la tabla 4.1 al aplicar el algoritmo de procesamiento de imagen.

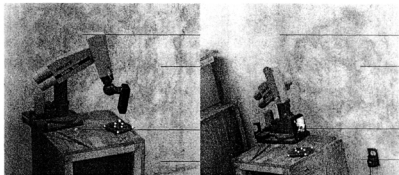


Figura 4.5 Imagen para la cámara1 y cámara2 en ese orden del espacio de trabajo del manipulador.

Para simplificar la simulación, se suponen conocidos los ángulos finales del manipulador en la tarea de colocación (configuración interna buscada), así es posible suponer otra configuración angular arbitraria del manipulador, para aplicar el algoritmo de colocación y comprobar la obtención de los ángulos requeridos por la trayectoria establecida. La configuración original se supone similar a la de la *figura 4.3*, igual a $\theta = [90, 20, 160, 0, -90, 0]$.

Bajo la consideración anterior los puntos objetivos (posición de las marcas visuales en la pieza de trabajo) y el mismo número de destinos generados por la cinemática directa del manipulador con la información geométrica de la pieza de trabajo, (éstos destinos son generados internamente dentro del algoritmo) son iguales en el plano de la imagen.

Entonces es posible aplicar el algoritmo de estimación de los parámetros de visión referidos a la herramienta y los referidos a la pieza de trabajo para cada cámara, usando la misma información obtenida del plano de la imagen (8 mediciones) y su respectiva información de su posición física que es conocida en la pieza de trabajo, y para el caso del manipulador se obtiene por medio de la cinemática directa y la información geométrica de la herramienta.

Cámara1		Cámara2	
xc1	yc1	xc2	yc2
-60.6984	86.7216	25.3664	93.2719
-54.0043	72.1562	-16.3097	79.2365
-72.9958	75.3782	-25.0254	84.5145
-99.5252	85.9424	-28.4834	97.9719
-53.1517	75.7754	2.4274	82.1184
-25.2162	73.3023	5.7093	77.2659
-72.0932	78.9974	-6.2884	87.3964
-64.043	72.5231	-48.1405	81.9658

Tabla 4.1 Mediciones para cada cámara.

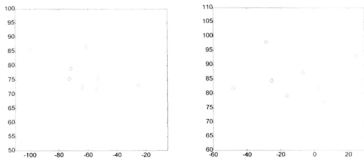


Figura 4.6 Coordenadas en el plano de la imagen para las marcas visuales en la cámara1 y cámara2 en píxeles

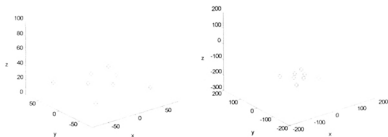


Figura 4.7 Posición física de las marcas visuales relativa a la pieza de trabajo y al manipulador en milímetros

	C parámetros		C' parámetros	
	cámara 1	cámara 2	cámara 1	cámara 2
c1	0.14044443	0.36192301	0.14042005	0.36191875
c2	0.25700456	0.48807195	0.25701502	0.48807195
c3	0.49116654	0.34671074	0.49116403	0.34671985
c4	0.42438021	0.24612150	0.42439115	0.24612187
c5	-64.53630066	-11.10730267	-55.18477249	-145.30900574
c6	66.73192596	73.94065857	235.55122375	261.52758789

Tabla 4.2 Parámetros de visión estimados para cada cámara.

La trayectoria necesaria para guiar al manipulador a su posición original después de moverlo a una posición arbitraria se facilita, dividiendo ésta en secciones. En la primera sección se debe alinear el sistema de coordenadas de la herramienta apropiadamente con respecto un sistema de coordenadas intermedio, y en las secciones siguientes de la trayectoria se debe hacer una aproximación gradual del sistema de coordenadas intermedio respecto al sistema de coordenadas de la pieza de trabajo hasta que coincidan.

En cada sección de la trayectoria, se aplica el algoritmo de estimación de la configuración interna del manipulador, para obtener los ángulos y guiar al robot gradualmente hasta el fin de la tarea de colocación, cambiando la matriz Γ que establece el sistema de coordenadas intermedio (x' , y' , z') dibujado en la *figura 4.4*. La matriz de aproximación Γ se determina a partir de la geometría de la *figura 4.4* para una trayectoria de aproximación a lo largo del eje Z_N en una distancia d , entre el sistema de coordenadas intermedio y el sistema de coordenadas en la pieza de trabajo como sigue:

$$\Gamma^i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

Para llegar al objeto no manipulable, se hace la matriz F unitaria en la última sección de la trayectoria de aproximación. En general la matriz F' describe la transformación homogénea necesaria, para alinear adecuadamente el sistema de coordenadas fijo en la herramienta y el correspondiente sistema intermedio establecido por medio de la pieza de trabajo, en función de los objetivos deseados en una tarea de colocación (trayectorias de aproximación).

Para iniciar la maniobra de aproximación se especifican los objetivos para cada cámara participante por medio de la detección de las marcas visuales colocadas en la pieza de trabajo. Si la colocación y ángulos de panorama e inclinación de las cámaras permiten que las marcas no manipuladas sean detectadas en su totalidad (los 8 puntos objetivo) el cual es el caso, los objetivos de la maniobra son los mismos para las dos cámaras (matriz de momentos dentro del algoritmo) y las matrices F definidas en cada sección de la trayectoria para cada cámara también son iguales.

La inicialización de los ángulos para la primera iteración, es decir la posición arbitraria a donde se mueve el manipulador y donde comienza el proceso iterativo se supone es $\theta = [100, 40, 140, 10, -50, -10]$. El proceso de convergencia puede corromperse, debido a problemas inherentes del proceso matemático de estimación diferencial de mínimos cuadrados si la inicialización de ángulos está muy alejada de la solución. En general se tiene que los valores iniciales de los ángulos se encuentran cerca de la solución, ya que tanto en la trayectoria preplaneada como en la trayectoria de aproximación, los ángulos en el manipulador se encuentran próximos a la solución buscada.

Al aplicar el proceso para la determinación angular del manipulador, con la información expuesta, donde la trayectoria de aproximación se divide convenientemente en cuatro secciones, donde la distancia d en la ecuación (4.29) se varía en 200, 100, 50 y 0 milímetros respectivamente, se obtiene la siguiente convergencia para cada ángulo del manipulador respectivamente:

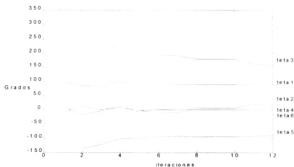


Figura 4.8. Convergencia de ángulos por el algoritmo en 12 iteraciones en cuatro procesos.

La estimación obtenida resulta en la configuración angular del manipulador que coloca la herramienta respecto a la pieza de trabajo gradualmente y correctamente, ya que los ángulos obtenidos corresponden a la suposición prevista para el manipulador de $\theta = [90, 20, 160, 0, -90, 0]$ con la trayectoria necesaria, lo que comprueba el algoritmo.

En el siguiente capítulo se tratan algunos aspectos que afectan los procesos y por lo tanto su precisión durante una tarea de colocación como por ejemplo: los errores inherentes en el método, el error en las mediciones hechas, etc.

CAPÍTULO 5

ANÁLISIS DE PROPAGACIÓN DE INCERTIDUMBRE.

5.1 INTRODUCCIÓN.

El presente capítulo introduce un cierto número de consideraciones relativas a la *incertidumbre* presente en los procesos involucrados en el método de manipulación de espacio de cámara, de tal manera que sea posible hacer un análisis para estimar sus efectos y reducirlos si fuera necesario.

La incertidumbre se puede explicar como una estimación del posible error presente en una cierta cantidad o proceso, donde este error se considera como la diferencia entre el valor real y el valor observado o calculado [18]. Es evidente la importancia que tiene el análisis de una *propagación de incertidumbre* en los procesos implementados ya que se desea que produzcan resultados confiables en su precisión.

Existen muchas causas y fuentes de error dentro de los procesos requeridos para realizar una tarea de colocación que se deben a diferentes factores como por ejemplo, el error en el modelo considerado, parámetros no modelados, mediciones erróneas etc. El análisis de los efectos de este error se debe limitar teniendo en cuenta las causas que sean de interés e importantes para los resultados, además de que no es práctico estimar una incertidumbre basada en todos los posibles errores presentes en el proceso.

La incertidumbre de los resultados finales en una tarea de colocación se puede considerar como causada, entre otras, por dos fuentes de error principalmente: un error de naturaleza aleatoria y un error de tipo sistemático, donde ambos tipos de error son causados entre otros factores por equipo mal calibrado, mala precisión en las lecturas y un error en general inherente a los procesos de medición.

Los factores anteriores se pueden reducir pero no eliminar en la práctica, de ahí la importancia de evaluar sus efectos y mantenerlos al mínimo. El error de naturaleza aleatoria se puede explicar como aquel que se presenta con una frecuencia y magnitud determinadas en los procesos de medición, su caracterización se puede hacer por medio de métodos estadísticos de análisis. El error de tipo sistemático se considera como aquel que no tiene una magnitud ni frecuencia de ocurrencia determinada, este tipo de error se debe analizar desde un punto de vista analítico debido a la forma en que se presenta.

5.2 INCERTIDUMBRE DE LAS MEDICIONES.

Ninguna medición de alguna cantidad o variable se encuentra libre de un cierto error. Un camino lógico para estimar la incertidumbre presente en un conjunto de mediciones hechas, es establecer un rango en el cual ocurre y una frecuencia de aparición, ambos factores basados en la experiencia. Es necesario determinar como se propaga dicha incertidumbre, ya que todos los objetivos en una tarea de colocación específica se basan en las mediciones. (son fundamentales, por ejemplo para la determinación de los parámetros del modelo ortográfico de cámara).

Para propósitos prácticos de estimar los efectos del error presente en las mediciones hechas en el plano de la imagen, las consideraciones anteriores se pueden representar y justificar de una manera estadística en cada medición como una *variable aleatoria*. Por ejemplo, para el proceso de estimar a los parámetros de visión se considera al posible error presente en las mediciones de la posición física como con un error despreciable comparado al posible error presente en las mediciones hechas en el plano de la imagen. Esta consideración permite aislar el efecto y facilitar el análisis para cada fuente de error. Entonces es posible establecer la incertidumbre en cada medición del plano de la imagen como sigue:

$$M_{medida} = \bar{M} \pm \delta_M \quad (5.1)$$

donde δ_M representa un margen de error para cada medición. Esta margen de error se supone caracterizado por una *Distribución Normal o Gaussiana* para la medición como una variable aleatoria. La distribución Normal está definida por una *desviación estándar* denotada por σ_M que establece el rango o dispersión en que se encuentra la posible incertidumbre en cada medición hecha, y la *media* denotada por \bar{M} que representa el valor exacto de cada medición que se considera como una medición sin error. Una aproximación simulada de una distribución normal del error se muestra en la *figura 5.1*.

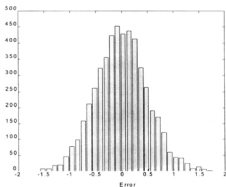


Figura 5.1 Distribución normal del error para 5000 mediciones generadas artificialmente con una σ_M igual a 0.5 y una \bar{M} igual a cero.

Los conceptos de media y desviación estándar, así como una distribución Normal nos permiten visualizar fácilmente que tan grande y frecuente es el error aleatorio presente en las mediciones a partir del valor exacto, como se muestra en la *figura 5.1*, de tal forma que es posible establecer una probabilidad de que el 68% de las mediciones hechas, tengan un margen de error dentro del rango de $\pm\sigma_M$, y el que 95.4% de las mediciones hechas tengan un error dentro del rango de $\pm 2\sigma_M$.

Una discusión mas profunda de los conceptos estadísticos tratados en esta sección, así como la información complementaria a este trabajo puede verse en [18].

5.3 PROPAGACIÓN DE LA INCERTIDUMBRE DE LAS MEDICIONES.

Considerando las mediciones en el plano de la imagen como una variable aleatoria discreta, es posible estudiar el efecto de la propagación de ésta incertidumbre dentro de los procesos, desde un punto de vista estadístico. Este punto de vista involucra un análisis considerable, pero permite visualizar más fácilmente los resultados y además es más sencilla su implementación, aunque el número de evaluaciones de los algoritmos sea considerable (para la implementación se usó *MATLAB®* que incluye todas las herramientas computacionales para análisis estadísticos)

El estudio consiste simular un cierto número de mediciones, de acuerdo a una distribución normal del error generada artificialmente, para después analizar el comportamiento de los resultados calculados. Este estudio se le conoce como un *Enfoque de MonteCarlo* para calcular covarianzas [9], y que frecuentemente se aplica a problemas no lineales dada una dependencia funcional entre dos conjuntos de variables aleatorias, donde las mediciones corresponden a uno de los dos conjuntos de variables aleatorias, cuya función de distribución de probabilidad conjunta es conocida.

La relación funcional, que generalmente es no lineal, representa los procesos involucrados en la tarea de colocación y es utilizada para evaluar al conjunto de mediciones para obtener los resultados que corresponden al segundo conjunto de variables aleatorias. El enfoque anterior requiere que se generen muchas muestras en toda la función de probabilidad conocida para verificar experimentalmente la propagación de la incertidumbre en los procesos, al considerar el error como variable aleatoria discreta y cada medición como un evento independiente.

Para propósitos prácticos de análisis al aplicar el enfoque de MonteCarlo a la tarea de colocación expuesta en el capítulo anterior, se introducirá un error arbitrario supuesto de *0.5 píxeles* (para determinar el valor analíticamente, se necesita un análisis experimental estadístico en el mayor número de mediciones posibles hechas en el plano de la imagen).

El error de tipo normal generado artificialmente se introduce en cada medición involucrada en los algoritmos presentados en el capítulo anterior que se considera como exacta, de tal manera que las mediciones generadas se encuentren en todo el rango de la distribución de probabilidad para el error introducido. Después de cada modificación de las mediciones exactas, se evalúan y desarrollan todos los procesos involucrados en la tarea de colocación, para que, después de un número suficiente de resultados poder hacer el análisis estadístico.

El efecto de los errores presente en las mediciones se reduce al aumentar el número de éstas. Como en el objeto no manipulable se realiza un número reducido de mediciones (puntos objetivo), el efecto de la propagación de los errores de medición es mayor. Por esta razón se puede limitar el estudio, al efecto de la incertidumbre presentes en las mediciones del objeto no manipulable, considerando despreciable el error en las mediciones del objeto manipulable.

Al evaluar 5000 veces los procesos involucrados en la tarea de colocación del capítulo anterior, basados en 8 mediciones consideradas como exactas de cada marca visual en el objeto no manipulable (como se explico en el capítulo anterior), con un error introducido artificialmente con una σ_M igual a 0.5 pixeles y una \bar{M} igual a la media de la posición de cada marca sobre el objeto no manipulable en el plano de la imagen, se obtienen 5000 resultados para la configuración angular del manipulador. Haciendo un análisis estadístico en los resultados obtenidos, se obtiene la propagación de la incertidumbre en los parámetros de visión que se muestra en la *tabla 5.1* siguiente.

Cámara 1	X_{exacto}	\bar{X}	σ_X	Cámara 2	X_{exacto}	\bar{X}	σ_X
c_1	0.1404	0.1413	0.0034	c_1	0.3619	0.3623	0.0038
c_2	0.2570	0.2569	0.0029	c_2	0.4881	0.4879	0.0028
c_3	0.4912	0.4908	0.0027	c_3	0.3467	0.3467	0.0029
c_4	0.4294	0.4297	0.0035	c_4	0.2461	0.2452	0.0036
c_5	-64.5253	-64.5204	0.2005	c_5	-11.1074	-11.0933	0.2145
c_6	66.7320	66.7244	0.2018	c_6	73.9407	73.9481	0.1957

Tabla 5.1 Resultados estadísticos en la propagación de la incertidumbre en los parámetros de visión.

La propagación de la incertidumbre en la configuración angular del manipulador debido al error aleatorio en las mediciones, se muestra en la *tabla 5.2* donde el error se encuentra expresado en grados.

	θ_{exacto}	$\bar{\theta}$	σ_{θ}
θ_1	90	90.0481	0.3921
θ_2	20	20.0185	0.1979
θ_3	160	160.0305	0.4302
θ_4	0	0.0069	0.5392
θ_5	-90	-90.0866	0.6669
θ_6	0	-0.0520	0.3599

Tabla 5.2 Resultados estadísticos en la propagación de la incertidumbre en los ángulos del manipulador.

La propagación de la incertidumbre presente en las mediciones con una distribución normal a través de los procesos no lineales involucrados en la tarea de colocación, resulta aproximadamente en una distribución normal caracterizada por una media y una desviación estándar en los resultados. Existe una diferencia entre el valor considerado como exacto y el valor de la media que se obtiene en el análisis estadístico, esto se explica por la simulación discreta del error aleatorio, de tal manera que tiende a ser cada vez mas pequeña si el número de muestras en la distribución se aumenta, de tal manera que es cero si el número de muestras es infinito, es decir se aproxima mas a un caso continuo.

La interpretación correcta de los resultados obtenidos es importante, ya que no indican que el algoritmo tenga un error de σ_{θ} *grados* para cada ángulo del manipulador estimado como se muestra en la *tabla 5.2*, sino que se interpretan como la probabilidad de que un 68% de los resultados obtenidos, tengan una incertidumbre para cada ángulo que se encuentra en ese rango, basados en la probabilidad de que un 68% de las mediciones hechas en el plano de la imagen, tengan una incertidumbre en promedio que se encuentra en el rango de ± 0.5 *pixeles*.

Los resultados expuestos resaltan la importancia de tener una buena precisión en la práctica al hacer las mediciones por el procesamiento de imagen. En general se puede esperar que la incertidumbre en las mediciones sea mínima. Una medida para disminuir el efecto de la incertidumbre en las mediciones hasta cierto punto, consiste en tomar un número muy grande de mediciones. Para el caso del objeto manipulable se consigue con facilidad en la practica lo anterior, mientras que en el objeto no manipulable se tiene que el número de mediciones está determinado por el número de marcas visuales utilizadas. Entonces una medida para reducir los efectos del error aleatorio en las mediciones, es el aumentar el número de marcas visuales utilizadas, otro enfoque es realizar varias mediciones de la misma marca visual y hacer un promedio para obtener una medición aun más precisa, teniendo en cuenta un criterio de no aumentar el tiempo de procesamiento demasiado para no tener un retardo significativo en el proceso.

5.4 PROPAGACIÓN DE LA INCERTIDUMBRE DE LOS PUNTOS OBJETIVO.

El problema al estimar la mejor configuración angular del manipulador de manera que el objeto manipulable tenga una colocación precisa con respecto al objeto no manipulable, como se presentó en el capítulo anterior consiste en evaluar y perseguir un cierto número de puntos objetivo establecidos en el plano de la imagen.

Es evidente la importancia que tiene la elección de los puntos objetivo óptimos (número y posición), de tal forma que los efectos de una posible propagación de incertidumbre causada por las mediciones en el plano de la imagen sean mínimos. Por razones históricas la elección de puntos objetivo se hace con un criterio propio que depende de la tarea específica de colocación. Debido a lo anterior se tiene un número infinito de opciones para la elección arbitraria de los puntos objetivo. Existe alguna evidencia [4] de que la selección óptima consiste de los mismos puntos detectados en el objeto no manipulable a partir de las marcas visuales utilizadas, tal y como se consideró en la tarea de colocación presentada en el capítulo anterior.

Es posible hacer un análisis paramétrico en la tarea de colocación del capítulo anterior, en la cual se busque encontrar una relación óptima en la elección de los puntos objetivo basados en las marcas visuales usadas en el objeto no manipulable. Este análisis consiste en elegir distintos puntos objetivo basados en un parámetro que modifique la elección original de los puntos objetivo establecidos por medio de la posición de las marcas visuales usadas en el objeto no manipulable. Después de cada elección se evalúan en los procesos involucrados en la tarea de colocación, de tal manera de tener puntos objetivo en un amplio rango del parámetro elegido para poder establecer cual es la elección óptima del mismo.

Se puede proponer un parámetro angular que describa la posición original respecto a cada eje de coordenadas, unido al objeto no manipulable para las marcas visuales usadas en este, el ángulo cero corresponde a la posición original y cada elección subsecuente corresponde a una rotación en ángulo en cada eje respectivamente analizando un eje por vez (en la práctica el proceso descrito de simulación significaría la elección de puntos objetivo distintos, para la misma tarea de colocación planteada en el capítulo anterior con la misma información).

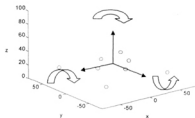


Figura 5.2 Elección de puntos objetivo basados en una rotación en cada eje de coordenadas respectivamente.

Cambiando la elección de los puntos objetivo como se muestra en la *figura 5.2*, y graficando el ángulo de rotación en cada eje de coordenadas, con respecto a la suma de las desviaciones estándar al cuadrado $\sum_{i=1}^k \sigma_{e_i}^2$ (medida de la incertidumbre o varianza) en cada

estimación angular obtenida después de 5000 iteraciones cada vez, de tal forma que se represente una medida de la incertidumbre en promedio para cada parámetro en cada estimación y en toda la distribución posible de la incertidumbre presente en las mediciones del objeto no manipulable se obtiene la *figura 5.3* siguiente:

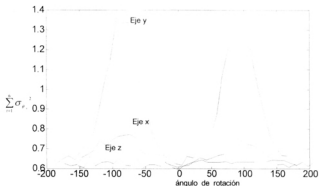


Figura 5.3 Error al considerar cambios en la configuración angular/rotación de los puntos objetivo.

En la *figura 5.3* se observa que la suma de las varianzas en la configuración angular del manipulador aumenta para un ángulo de rotación de ± 90 grados en el *eje x* y en el *eje y*, es decir cuando la elección de los puntos objetivo está más alejada de la configuración original y tiende a ser mínimo aproximadamente en la configuración original, con un ángulo de rotación igual a 0 grados. La geometría de los puntos objetivo hace que se repita la misma configuración en la elección de los puntos objetivo en 0 y ± 180 grados, esto hace tener una incertidumbre mínima en esos ángulos de rotación.

Para el caso de la elección de puntos objetivo modificados por una rotación respecto al *eje z*, se tiene que el error está acotado aproximadamente en un rango pequeño, esto se puede explicar, a que la elección de puntos objetivo se mantiene en el mismo plano ($X_T Y_T$) que las marcas visuales del objeto no manipulable.

El análisis anterior nos proporciona mayores evidencias de que la elección de puntos objetivos óptimos corresponde o deben ser establecidos en base al número y colocación de las marcas visuales detectadas en el objeto no manipulable para cada cámara, y de esta forma mantener mínimos los efectos de una posible incertidumbre presente en las mediciones hechas para la estimación angular del manipulador.

Se puede resaltar la importancia en el criterio de colocar marcas visuales en los objetos en todo el espacio tridimensional relativo a los objetos, para definir una colocación precisa y utilizar el mayor número de marcas posibles para tener un número mayor de marcas detectadas en cada cámara utilizada.

Un estudio más profundo que aporte evidencias concluyentes en la elección óptima así como el número de puntos objetivo empleados en una tarea de colocación, resulta en un análisis complicado y extenso, dado los procesos no lineales a los que se debe implementar y analizar así como el número de parámetros de los cuales dependen.

Se pueden seguir dos enfoques distintos a la simulación presentada en este capítulo. Un enfoque posible consiste en implementar todos los procesos involucrados en la práctica para diferentes objetivos específicos, en distintas tareas de colocación y condiciones de operación, para después de un número considerable de resultados experimentales poder hacer un análisis paramétrico. Otro enfoque, es realizar un estudio matemático-analítico en los parámetros de los que depende el algoritmo (matriz de momentos), que pueden aportar también conclusiones relevantes y de interés. Cualquiera de los dos enfoques se plantea como trabajo futuro.

CAPITULO 6

CONCLUSIONES.

En general, se tiene flexibilidad y facilidad de poner en la práctica la solución propuesta, al no tener que usar técnicas de calibración así como algoritmos complejos para el procesamiento de imagen en el sistema de visión por computadora usado.

El número de cámaras usadas redundan en una mejor precisión en los resultados, pero aumenta el tiempo de procesamiento de imagen de manera que es posible obtener resultados aceptables en términos de tiempo-precisión con el uso de dos cámaras.

Los algoritmos involucrados al aplicar el método de manipulación de espacio de cámara, proveen un modo robusto y preciso de guiar a un manipulador en una tarea de colocación en tres dimensiones, de manera que son poco sensibles a factores externos en la tarea como por ejemplo, un cambio en la orientación de las cámaras, deformaciones elásticas en el manipulador, modelos imperfectos, parámetros no modelados, mediciones hechas con un cierto error, y alta no linealidad en los parámetros estimados. Como resultado se tiene generalmente una convergencia rápida en la estimaciones, de tal manera que se puede aplicar el método con éxito en una amplia gama de problemas de colocación basados en un manipulador mecánico.

Los tiempos de procesamiento para los algoritmos implementados es típicamente de algunos segundos, de forma que se pueden aprovechar estos tiempos de procesamiento para mover paralelamente al manipulador en cada estimación intermedia de su configuración angular dentro de la trayectoria de aproximación durante la tarea de colocación.

Una implementación o modificación del método es factible, para otro tipo de tareas, en donde se trabaje conjuntamente con otras estrategias y enfoques al uso de esquemas de visión por computadora (como por ejemplo, se puede usar el método de manipulación espacio de cámara para estimar la posición en una tarea de colocación y un método alternativo para estimar la orientación de una herramienta respecto a un objeto o pieza de trabajo, donde en este último se desconoce su información geométrica).

Los algoritmos involucrados en la tarea de colocación para estimar la trayectoria de aproximación en un caso básico se implementaron computacionalmente de manera modular en lenguaje C, buscando facilitar el análisis y rendimiento en tiempo de ejecución con código ejecutable en tiempo real (una aplicación) para la prueba y simulación. Una mejor implementación computacional es posible haciendo mejor uso de los recursos de la computadora, como por ejemplo el uso o programación de una interfaz gráfica de usuario (GUI) para sistemas operativos gráficos (Windows), que permita al usuario trabajar más fácilmente con los programas y los equipos en un entorno de trabajo más amigable al aplicar en la práctica todos los procesos presentados.

ANEXO A.

CINEMÁTICA DIRECTA DEL MANIPULADOR PUMA 200.

El presente anexo se refiere básicamente a la descripción de la posición y orientación de la herramienta colocada en el extremo del robot, en términos de las variables de junta para el caso del manipulador *PUMA 200*. Este manipulador consta de seis grados de libertad giratorios, tres en el brazo para colocar la herramienta y tres en la muñeca para orientarla como se muestra en la *figura (a).1*.

El manipulador mecánico se puede modelar como una cadena en lazo abierto con cuerpos rígidos (elementos) conectados en serie por una articulación de revolución movida por un actuador (motor). El final de la cadena está fijo a una base o soporte mientras que el otro extremo está libre y unido a una herramienta para manipular objetos o realizar tareas de montaje. El movimiento relativo de las articulaciones resulta en el movimiento de los elementos que colocan al manipulador en una orientación deseada.

Al problema de encontrar la orientación y posición de la herramienta colocada en el extremo del manipulador en términos de las variables de articulación con respecto a un sistema de referencia fijo se le conoce como *cinemática directa*. En general el valor de las variables de juntas puede encontrarse usando unos sensores internos conocidos como *encoders*, los cuales pueden estar colocados directamente en los ejes de las juntas o en el eje del motor que las acciona. Así la posición y orientación de la herramienta colocada en el extremo del manipulador puede definirse en función de las variables de junta.

Para propósitos de análisis cinemático de manipuladores como se comentó, se puede considerar a un manipulador como una cadena de elementos o eslabones rígidos conectados entre sí por articulaciones, donde las articulaciones son de revolución en el caso del robot *PUMA 200*. Para describir la relación *traslacional y rotacional* entre elementos adyacentes, *Denavit y Hartenberg (D-H)[²]* propusieron un método matricial para establecer de forma sistemática un sistema de coordenadas (sistema ligado al cuerpo) para cada elemento de la

cadena articulada, que resulta en una matriz de transformación homogénea de 4×4 , que representa cada uno de los sistemas de coordenadas de los elementos en la articulación con respecto al sistema de coordenadas del elemento previo. Así mediante transformaciones secuenciales, el efecto final expresado en las coordenadas finales, se puede transformar y expresar en las coordenadas con respecto la base del manipulador, que constituyen el sistema inercial del sistema dinámico.

Se puede establecer para cada elemento en sus ejes de articulación un sistema cartesiano ortonormal (x_i, y_i, z_i) donde $i = 1, 2, \dots, 6$ grados de libertad, mas el sistema de coordenadas en la base. Como una articulación giratoria tiene un grado de libertad, cada sistema de coordenadas del manipulador corresponde a una articulación $i + 1$ y esta fija al elemento i . Cuando el actuador de la articulación i se activa, el elemento i se mueve con respecto al elemento $i - 1$. Como el sistema de coordenadas i -ésimo esta fijo en el elemento i , se mueve junto con el elemento i . Así pues, el sistema de coordenadas n -ésimo es el que se mueve con la herramienta. Las coordenadas de la base se definen como (X_0, Y_0, Z_0) , que también es el sistema de coordenadas inercial del manipulador, Así para el brazo PUMA 200 de seis ejes, tenemos siete sistemas de coordenadas, que están definidos como $(X_0, Y_0, Z_0), (x_1, y_1, z_1), \dots, (x_6, y_6, z_6)$.

Cada sistema de coordenadas se determina y se establece sobre la base de tres reglas:

1. El eje z_{i-1} yace a lo largo del eje de la articulación.
2. El eje x_i es normal al eje z_{i-1} y apunta hacia afuera de él.
3. El eje y_i completa el sistema de coordenadas dextrogiro según se requiera.

Mediante estas reglas, se puede establecer la localización del sistema de coordenadas en cualquier parte de la base o el soporte, mientras que el eje Z_0 este a lo largo del eje de movimiento de la primera articulación. El ultimo sistema de coordenadas (el n -ésimo) se puede colocar en cualquier parte de la muñeca, mientras que el eje X_n sea normal al eje z_{n-1} .

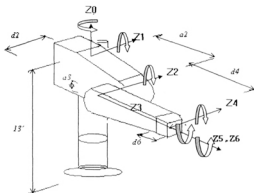


Figura (a).1 Establecimiento del sistema de coordenadas de elemento.

La representación (*D-H*) de un elemento rígido depende de cuatro parámetros geométricos asociados con cada elemento. Estos cuatro parámetros describen completamente cualquier articulación prismática o de revolución. Estos cuatro parámetros se definen como sigue: θ_i es el ángulo de la articulación del eje x_{i-1} al eje x_i respecto del eje z_{i-1} (utilizando la regla de la mano derecha). d_i Es la distancia desde el origen del sistema de coordenadas (*i-1*-ésimo) hasta la intersección del eje z_{i-1} con el eje x_i a lo largo del eje z_{i-1} . a_i Es la distancia de separación desde la intersección del eje z_{i-1} con el eje x_i hasta el origen del sistema *i*-ésimo a lo largo del eje x_i (o la distancia mas corta entre los ejes z_{i-1} y z_i). α_i Es el ángulo de separación del eje z_{i-1} al eje z_i respecto del eje x_i (utilizando la regla de la mano derecha).

Para una articulación giratoria d_i , a_i , y α_i son los parámetros de articulación y permanecen constantes para el manipulador, mientras que θ_i es la variable de articulación que cambia cuando el elemento *i* se mueve (o gira) con respecto al elemento *i-1*. Aplicando las tres reglas básicas descritas, se establece un sistema de coordenadas ortonormal en cada elemento, y como ya se comentó, las relaciones entre elementos adyacentes se pueden representar mediante una matriz de transformación homogénea de 4×4 .

Una vez establecido el sistema de coordenadas (*D-H*) para cada elemento se puede desarrollar fácilmente una matriz de transformación homogénea que relaciona un punto expresado en el sistema *i*-ésimo de coordenadas con respecto a un punto expresado en el sistema (*i-1*)-ésimo de coordenadas como sigue:

- Girar respecto del eje z_{i-1} un ángulo de θ_i para alinear el eje x_{i-1} con el eje x_i (el eje x_{i-1} es paralelo a x_i y apunta en la misma dirección).
- Trasladar a lo largo del eje z_{i-1} una distancia de d_i para llevar en coincidencia los ejes x_{i-1} y x_i .
- Trasladar a lo largo del eje x_i una distancia de a_i para traer en coincidencia también los dos orígenes de los ejes x .
- Girar respecto del eje x_i un ángulo α_i para traer en coincidencia a los sistemas de coordenadas.

Cada una de estas operaciones se expresa mediante una matriz de rotación - traslación homogénea básica y el producto de las cuatro matrices de transformación da como resultado una matriz homogénea compuesta A_i conocida como matriz de transformación (*D-H*) para sistemas de coordenadas adyacentes *i* e *i-1*.

$$A_i = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\cos \alpha_i \sin \theta_i & \sin \alpha_i \sin \theta_i & a_i \cos \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \alpha_i \cos \theta_i & -\sin \alpha_i \cos \theta_i & a_i \sin \theta_i \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

donde α_i , a_i , d_i son constantes. Mientras que θ_i es la variable de la articulación para una articulación de revolución. Utilizando la matriz A_i se puede relacionar un punto P_i en reposo en el elemento *i* y expresarlo en coordenadas homogéneas con respecto al sistema de coordenadas *i-1* establecido en el elemento *i-1* por $P_{i-1} = A_i * P_i$. Donde cada punto P es un vector de coordenadas (x, y, z) .

De esta forma las seis matrices de transformación A_i para el robot *PUMA* de seis ejes están determinadas sobre la base del sistema de coordenadas establecido como sigue:

Articulación i	θ_i	α_i	a_i	d_i	Rango de la articulación
1	90	-90	0	0	-160 a 160
2	0	0	a_2	d_2	-255 a 45
3	90	90	a_3	0	-45 a 255
4	0	-90	0	d_4	-110 a 170
5	0	90	0	0	-100 a 100
6	0	0	0	d_6	-266 a 266

Tabla (a).1. Parámetros físicos del manipulador PUMA 200.

Donde los valores de los parámetros para un robot *PUMA 200* son los siguientes: $a_2 = 7.8'$, $a_3 = 0.75'$, $d_3 = 0'$, $d_4 = 8'$, $d_2 = 5.9'$, y $d_6 = 0$ dado que esta distancia se toma en cuenta en la matriz de transformación de la herramienta.

$$A_1 = \begin{bmatrix} C_1 & 0 & -S_1 & 0 \\ S_1 & 0 & C_1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad A_2 = \begin{bmatrix} C_2 & -S_2 & 0 & a_2 C_2 \\ S_2 & C_2 & 0 & a_2 S_2 \\ 0 & 0 & 1 & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} C_3 & 0 & S_3 & a_3 C_3 \\ S_3 & 0 & -C_3 & a_3 S_3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad A_4 = \begin{bmatrix} C_4 & 0 & -S_4 & 0 \\ S_4 & 0 & C_4 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & d_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_5 = \begin{bmatrix} C_5 & 0 & S_5 & 0 \\ S_5 & 0 & -C_5 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad A_6 = \begin{bmatrix} C_6 & -S_6 & 0 & 0 \\ S_6 & C_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Donde $C_i = \cos \theta_i$, $S_i = \sin \theta_i$, $C_{ij} = \cos(\theta_i + \theta_j)$ y $S_{ij} = \sin(\theta_i + \theta_j)$

La matriz homogénea T_i que especifica la localización del sistema coordenadas i -ésimo con respecto a el sistema de coordenadas en la base, es el producto en cadena de las matrices de transformación de coordenadas sucesivas A_i , y se expresa como:

$$T_i = A_1 * A_2 * \dots * A_i = \prod_{j=1}^i A_j \text{ para } i = 1, 2, \dots, n \text{ grados de libertad}$$

Específicamente para $i = 6$ obtenemos la matriz T_6 que especifica la posición y orientación del punto final del manipulador con respecto al sistema de coordenadas en la base.

$$T_6 = \begin{bmatrix} n6 & s6 & a6 & p6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R6 & p6 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} nx & sx & ax & px \\ ny & sy & ay & py \\ nz & sz & az & pz \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

donde n es el vector normal del brazo, s es el vector de deslizamiento, a es el vector de aproximación y p es el vector de posición que están definidos como sigue, en función de los ángulos de las articulaciones:

$$nx = C1(C23(C4C5C6 - S4S6) - S23S5C6) - S1(S4C5C6 + C4S6)$$

$$ny = S1(C23(C4C5C6 - S4S5) - S23S5S6) + C1(S4C5C6 + C4S6)$$

$$nz = -S23(C4C5C6 - S4S6) - C23S5C6$$

$$sx = C1(-C23(C4C5C6S6 + S4C6) + S23S5S6) - S1(-S4C5S6 + C4C6)$$

$$sy = S1(-C23(C4C5C6S6 + S4C6) + S23S5S6) + C1(-S4C5S6 + C4C6)$$

$$sz = S23(C4C5C6 + S4S6) + C23S5S6$$

$$ax = S1(C23C4S5 + S23C5) - S1S4S5$$

$$ay = S1(C23C4S5 + S23C5) + C1S4S5$$

$$az = -S23C4S5 + C23C5$$

$$px = C1(d6(C23C4S5 + S23C5) + S23d4 + a3C23 + a2C2) - S1(d6S4S5 + d2)$$

$$py = S1(d6(C23C4S5 - S23C5) + S23d4 + a3C23 + a2C2) + C1(d6S4S5 + d2)$$

$$pz = d6(C23C5 - S23C4S5) + C23d4 - a3S23 - a2S2$$

Si el manipulador se relaciona a un sistema de coordenadas de referencia mediante una transformación Z y además la transformación de la herramienta en la última articulación está descrita por E entonces el punto final de la herramienta se puede relacionar con el sistema de coordenadas de referencia de la base, multiplicando las matrices como:

$$T_{total} = Z * T_6 * E$$

La solución cinemática directa está dada por la multiplicación en cadena anterior, y después se evalúa la matriz T_{total} en las variables de junta, que están sujetas a los límites físicos del manipulador listados en la *tabla (a).1*.

BIBLIOGRAFÍA Y REFERENCIAS.

- [¹] Data Translation Inc., *Mach Series™ DT3155 User Manual*, 1995. cap 1 y 2, pp 1-28.
- [²] Denavit, J., and Hartenberg, r.s 1955. *A Kinematic notation for lower pair mechanisms based on matrices.* j. Appl., pp. 215_221.
- [³] Deitel, H. M. 1995. *Como Programar en C/C++ segunda edicion en español.* Prentice-Hall. cap. 1-10.
- [⁴] Gonzalez-Galvan, E.J. 1996. *Application of Servoable Cameras in Three-Dimensional Camera-Space Manipulation*, Ph.D Thesis. Unirversity of Notre Dame. Department of Aerospace and Mechanical Engineering.
- [⁵] González Galvan, E., J., and Skaar, S.B. 1996. *Efficient Camera_Space Manipulation Using Moments.* Proc. IEEE int. Conf. on robotics and Automation. vol. 4, pp. 3407_3412.
- [⁶] González Galvan, E., J., Skaar, S.B., Korde, U. A., and Chen, W. Z. 1997. *Aplication of a Precision Enhancing Measure in 3_D Rigid_Body Positioning Usig Camera_Space Manipulation.* int. J. Robot. res. 16(2):240_257.
- [⁷] González Galvan, E. J., and Steven B. Skaar, Michael. J. Seelinger, 1997. *Efficient Camera_Space Target Disposition in a Matrix of Moments structure Using Camera Space Manipulation.* Centro de Investigación y Estudios de Posgrado. Facultad de Ingeniería. Universidad Autónoma de San Luis Potosí. México.
- [⁸] Hashimoto, Koichi. 1993, *Visual Servoing*, Singapore: World Scientific.

- [⁹] Junkins, J.L. 1978. *An Introduction to Optimal Estimation of Dynamical Systems*. Alphen Aan Den Rijn, The Netherlands: Sijthoff, pp. 29-33.
- [¹⁰] Korde, U. A., Gonzalez-Galvan, E. J., and Skaar, S. B. 1992. *Three-Dimensional Camera Space Manipulation Using Servoable Cameras*. Proc. Intelligent Robots Computer Vision. SPIE OE/Technology Conference.
- [¹¹] K.S.Fu, R.C. González C. S. Lee, " *Robotica, Control, Detección, Visión e Inteligencia*", pp. 1-15, 1989, McGraw-Hill Iberoamericana de México, Primera edición en español.
- [¹²] Press, W. H., Flannery, B. P., Teukolsky, S. A., and Vetterling, W. T. 1989. *Numerical recipes: The Art of Scientific Computing*. Cambridge: Cambridge University Press, pp. 342-349.
- [¹³] Seelinger, M., Gonzalez-Galvan, E., Skaar, S. M. 1996. *Point-and-click objective specification for a remote, semiautonomous robot system*. Proc. of the Sensor Fusion and Distributed Robotic Agents. SPIE OE/Technology Conference.
- [¹⁴] Skaar, S.B., Brockman, W.H., and Hanson, R. 1987, *Camera Space Manipulation*. Int. J. Robot Res. 6(4): 20-32.
- [¹⁵] Skaar, S.B., Brockman, W.H., and Jang, W.S. 1991, *Three Dimencional Camera Space Manipulation*. Int. J. Robot. Res. 9(4): 22-39.
- [¹⁶] Skaar, S. B., Chen, W. Z., and Miller, R. k. 1991. *High Resolution Camera Space Manipulation*. Proc. ASME Design Automation Conference. Fairfield, NJ: ASME.

- [¹⁷] Skaar, S. B., and Gonzalez-Galvan E. 1994. *Versatile and Precise Vision-Based Manipulation*. Teleoperation and Robotics in space, (S. B. Skaar and C. F. Ruoff, eds.). Washington: AIAA.
- [¹⁸] Taylor, J.R., 1982, *An Introduction to Error Analysis* , Unirvesity Science Books, pp. 3-35.
- [¹⁹] Unimation Inc., *Manipulator Puma Serie 200™ User Manual*, 1981.