



Septiembre 21, 2000.

**A LA ING. MAYRA ELIZABETH CHAVIRA RODRÍGUEZ
P R E S E N T E . -**

En atención a su solicitud de Tema y Temario, presentada por los Drs. Alfonso Lastras Martínez y Luis Felipe Lastras Martínez Asesores de la Tesis que desarrollará Usted, con el objeto de obtener el Grado de *Maestría en Ingeniería Eléctrica*. Me es grato comunicarle que en la Sesión de Consejo Técnico Consultivo celebrada el día 21 de septiembre del presente año, fue aprobado el Tema y Temario propuesto:

TEMARIO:

“EFECTOS ELECTRO-ÓPTICOS DE GaAs (001) SOMETIDO A UNA TENSION UNIAxIAL A LO LARGO DE (001)”

INTRODUCCIÓN.

- I. RESUMEN.
- II. DETALLES EXPERIMENTALES
- III. EFECTOS PRODUCIDOS POR DEFORMACIONES EN LOS NIVELES ELECTRÓNICOS DE SEMICONDUCTORES TIPO ZINCBLENDA.
- IV. RESULTADOS EXPERIMENTALES Y DISCUSIÓN.
- V. CONCLUSIONES.
APÉNDICES.
BIBLIOGRAFÍA.

“MODOS ET CUNCTARUM RERUM MENSURANDARUM”



ING. JOSÉ ARNALDO GONZÁLEZ ORTIZ
DIRECTOR



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA
DE SAN LUIS POTOSÍ
FACULTAD DE INGENIERÍA
DIRECCION



**UNIVERSIDAD AUTONOMA DE SAN LUIS POTOSI
CENTRO DE INVESTIGACION Y ESTUDIOS DE POSGRADO
FACULTAD DE INGENIERIA**

**EFFECTOS ELECTRO-ÓPTICOS DE GaAs (001) SOMETIDO A UNA
TENSION UNIAxIAL A LO LARGO DE [110]**

TESIS

**QUE PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRO EN INGENIERIA ELECTRICA**

PRESENTA:

Mayra Elizabeth Chavira Rodríguez

ASESORES DE TESIS:

Dr. Alfonso Lastras Martínez

Dr. Luis Felipe Lastras Martínez

SAN LUIS POTOSI, S.L.P.

NOVIEMBRE DEL 2000





UNIVERSIDAD AUTONOMA DE SAN LUIS POTOSI
FACULTAD DE INGENIERÍA
CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y ESTUDIOS DE POSGRADO

MAESTRIA EN INGENIERIA ELECTRICA
OPCION MATERIALES Y DISPOSITIVOS OPTOELECTRÓNICOS

EFFECTOS ELECTRO-OPTICOS DE GaAs (001) SOMETIDO A
UNA TENSION UNIAXIAL A LO LARGO DE [110]

I. E. Mayra Elizabeth Chavira Rodríguez

Sinodales:

Dr. Alfonso Lastras Martínez

Dr. Luis Felipe Lastras Martínez

Dr. Gustavo Ramírez Flores

Dr. Francisco De Anda Salazar

A mi familia

AGRADECIMIENTOS

A los Doctores Alfonso Lastras Martínez y Luis Felipe Lastras Martínez por la asesoría y apoyo recibidos durante el desarrollo de esta tesis.

Al Dr. Gustavo Ramírez Flores por sus comentarios y sugerencias, así como al Dr. Raúl Balderas Navarro por su apoyo entusiasta, su disposición y comentarios en el comienzo de este trabajo.

Al personal administrativo del CIEP y al Dr. Emilio González por su ayuda.

Al personal docente y administrativo del IICO. Al maestro Ezequiel Ontiveros y al personal del taller por la fabricación de componentes utilizadas en este trabajo. Al M. C. José Nieto por su amable disponibilidad y asistencia. Al Ing. Jorge Fortuna por su ayuda en el centro de Cómputo.

A la Química Blanca Torres por la disposición y asesoría brindada en el Laboratorio de Química, y sobre todo por su amistad.

Al CoNaCyT por el apoyo económico brindado para la realización de estos estudios.

A mis compañeros del IICO, en especial a Sandra, Israel por su apoyo y su paciencia. A Eric, Marcela, Claudio, Lalo, Luna, etc. por estar siempre ahí.

INDICE

RESUMEN

I.	INTRODUCCION.....	2
II.	DETALLES EXPERIMENTALES	
	A. Descripción del Espectrómetro para la medición de FRD.....	5
	B. Dispositivo mecánico para el tensado de las muestras.....	6
	C. Revelado de direcciones.....	6
III.	EFFECTOS PRODUCIDOS POR DEFORMACIONES EN LOS NIVELES ELECTRÓNICOS DE SEMICONDUCTORES TIPO ZINCBLENDA	
	A. Introducción.....	11
	B. Deformación producida por un campo eléctrico.....	14
	C. Deformación uniaxial a lo largo de [110].....	15
	D. Efectos electrónicos producidos por deformaciones en las transiciones E_1 y $E_1 + \Delta_1$ de semiconductores tipo zincblenda.....	15
	E. Forma de línea del espectro de Fotorreflectancia Diferencial.....	20
IV.	RESULTADOS EXPERIMENTALES Y DISCUSION.....	22
V.	CONCLUSIONES.....	26
	APENDICE.....	27
	BIBLIOGRAFIA.....	31

RESUMEN

En el presente trabajo se reportan mediciones de Fotorreflectancia Diferencial (FRD) de cristales de GaAs (001) tipo n ($5.6 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$) bajo tensión uniaxial a lo largo de [110]. La FRD mide la diferencia entre dos espectros de Fotorreflectancia, uno medido con luz sin polarizar y el otro con luz linealmente polarizada a lo largo de uno de los ejes de simetría del cristal. Se conoce que el espectro de FRD en la cara (001) en cristales cúbicos tiene solamente una componente lineal electro-óptica (LEO), ya que la componente cuadrática electro-óptica para un cristal cúbico es isotrópica. Al aplicar una tensión uniaxial a lo largo de [110] la simetría del cristal cambia de cúbica a ortorrómbica. Se demuestra que el espectro completo de FRD puede obtenerse superponiendo la forma de línea LEO, previamente reportada, y un término cuadrático proporcional a la derivada con respecto a la energía de la forma de línea de la Fotorreflectancia.

I. INTRODUCCION

La técnica espectroscópica de Fotorreflectancia (FR) ha probado ser una herramienta fundamental en el estudio de las propiedades ópticas de semiconductores^{1,2}. La FR se basa en la modulación del campo eléctrico superficial (CES) (originado por el amarre del nivel de Fermi en los estados de superficie del semiconductor) de la muestra bajo estudio por medio de un láser (Fig. 1.1). En la FR se hace incidir sobre la muestra luz monocromática y se mide la luz reflejada iluminando con el láser y sin él. La diferencia de estos dos espectros constituye la señal de FR. Ya que la Fotorreflectancia se obtiene a partir de la variación del campo eléctrico superficial, esta puede ser descompuesta en potencias de este campo eléctrico. De esta forma la FR contiene una componente lineal en el campo, una cuadrática, etc.

La componente cuadrática ha sido extensamente estudiada y por medio de ella se han caracterizado las propiedades ópticas de muchos semiconductores^{1,2}. Esta componente se caracteriza por tener una forma de línea proporcional a la tercera derivada en energía de la reflectividad³. Las transiciones ópticas tienen una forma de línea del tipo Lorentziano⁴. Una Lorentziana al ser derivada aumenta su estructura, es decir, si la Lorentziana presenta un máximo su derivada presentará un máximo y un mínimo. Este hecho hace que la componente cuadrática de la FR (tercera derivada) presente mas oscilaciones que la simple reflectividad y por tanto hace mas precisa la identificación y determinación de los parámetros ópticos de las transiciones bajo estudio.

La componente lineal de la FR presenta una forma de línea distinta a la de la cuadrática ya que los fenómenos físicos que las originan son diferentes. Desde el punto de vista de la simetría de la cara de incidencia ambas componentes se comportan diferente. Para incidencia sobre la cara (001) la componente lineal depende del vector de polarización de la luz incidente (presenta una anisotropía) mientras que la componente cuadrática es independiente del

mismo, es decir es isotrópica. De esta forma midiendo FR para dos polarizaciones y restando numéricamente ambos espectros es posible aislar la componente lineal. Esta técnica es conocida como Fotorreflectancia Diferencial (FRD).

En trabajos recientes se han reportado tanto experimentos como modelos teóricos para la medición y modelación de la FRD⁵. El modelo considerado en este trabajo toma en cuenta la deformación producida por el CES la cual modifica vía un efecto piezoeléctrico las propiedades electrónicas del semiconductor. La componente lineal de la FRD modelada de esta manera se conoce como efecto electro óptico lineal (EOL).

Al aplicar una tensión uniaxial a lo largo de la dirección cristalográfica [110] se rompe su simetría cúbica. Esto trae como consecuencia que la componente cuadrática de la FR (isotrópica en el cristal cúbico) sea anisotrópica. De esta forma los espectros de FRD no solo contendrán una componente lineal sino también una cuadrática. Debido a su naturaleza piezo-óptica esta componente cuadrática se le conoce como efecto electro óptico cuadrático (EOC).

En el presente trabajo de tesis se midieron espectros de FRD en substratos de GaAs (001) sometidos a una tensión uniaxial a lo largo de [110] en el rango espectral 2.7-3.5 eV. Bajo tensión se encontró que los espectros de FRD, adicionalmente a la componente EOL, contienen una componente EOC. Se encontró que esta componente es proporcional a la primera derivada de los espectros de FR. En base a esto se desarrolló un modelo para añadir esta componente a la EOL.

El trabajo de tesis está organizado de la siguiente manera: En el capítulo II se presenta la descripción del espectrómetro utilizado para las mediciones de FRD, así como una descripción de la técnica de revelado de direcciones. En el capítulo III se presenta un modelo para la descripción de los espectros de FRD bajo tensión, en el capítulo IV se discuten los resultados experimentales. Finalmente en el capítulo V se dan las conclusiones.

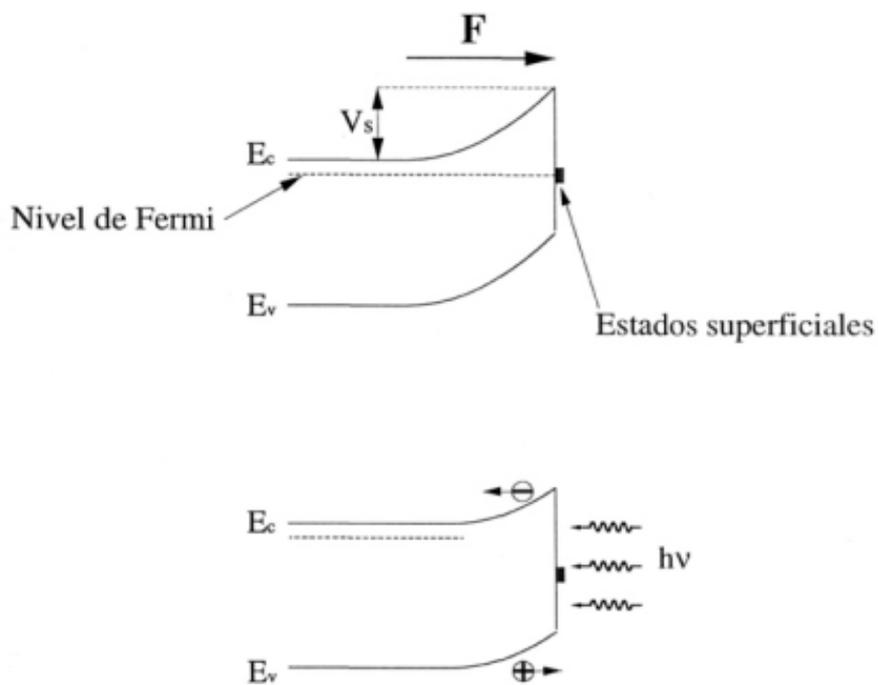


Fig. 1.1 Representación esquemática del efecto de FR para un sustrato tipo n.

II. DETALLES EXPERIMENTALES

A. Descripción del espectrómetro para la medición de FRD.

Los experimentos reportados en este trabajo fueron realizados en el Laboratorio de Espectroscopia Óptica II del Instituto de Investigación en Comunicación Óptica (IICO) de la UASLP. Los experimentos de FRD se llevaron a cabo en el espectrómetro que se describe a continuación (Fig. 2.1).

Se empleó una lámpara de xenón de 150 Watts alimentada con la fuente de poder KRATOS Analytical Instruments (Modelo LPS 25HR) como fuente de luz y un monocromador KRATOS AI (rango espectral de 180 a 3000 nm) por el que pasa la luz generada, la cual a su salida se colima y direcciona por dos espejos de distancias focales de 50 cm hacia un prisma Rochón que polariza linealmente la luz a 45 grados con respecto al plano de incidencia del sistema.

De aquí el haz polarizado atraviesa un Modulador Fotoelástico HINDS Intl. Inc. Mod. PEM-80, el cual provoca un retraso de $\pi/2$ en la fase, es decir la luz emergente oscila entre dos estados de polarización mutuamente ortogonales a una frecuencia de polarización de 50 kHz, luego incide y se refleja sobre la superficie del sustrato de GaAs.

Para la modulación del campo eléctrico superficial de la muestra fue utilizado un láser de He-Ne de 10 mW Uniphase Modelo 1135P, el cual es mecánicamente cortado por un recortador de frecuencia óptica variable (chopper) Bentham Modelo 218H. La modulación se realizó a una frecuencia de 400 Hz. Los cambios correspondientes en la reflectividad de la muestra se midieron por técnicas sensibles a la fase.

La luz reflejada por la muestra se enfoca por medio de una lente de distancia focal 10 cm sobre un fotodiodo de silicio. La parte sensible del fotodetector está cubierta por un filtro pasabandas que corta la luz dispersada por el láser,

el fotodetector se encarga de transformar la señal óptica en eléctrica y después transmitirla a un amplificador Lock-in Stanford Research System Modelo SR510 que se encuentra sincronizado a la frecuencia del chopper. El espectrómetro está controlado por una computadora PC-386 IBM a través de una interfase IEEE-48. Las mediciones para ambos haces, polarizado y sin polarizar, se obtuvieron secuencialmente en cada longitud de onda.

Para obtener mejores resultados de FR es necesario mantener una muy buena alineación durante la medición.

B. Dispositivo mecánico para el tensado de las muestras

Para obtener los espectros del efecto EO en muestras tensadas fue necesario diseñar una pequeña prensa (Fig. 2.2 a,b). La máxima tensión lograda sobre nuestros sustratos fue de 4.35×10^9 dyn/cm².

Al incidir el láser sobre la muestra parte de la luz se dispersa en las muescas de la prensa, lo que provoca la presencia de señales parásitas. Con el fin de reducir las al mínimo se anodizó la prensa en todas sus partes con el método de electrólisis⁶, este proceso se llevó a cabo en el Laboratorio de Química del Instituto.

C. Revelado de direcciones

Para obtener los espectros de FR es necesario conocer las direcciones en que está posicionada la muestra, así como también en que dirección se está aplicando la fuerza.

Con el propósito de que no hubiera ambigüedad respecto a estas direcciones, debido a que el tamaño de las muestras utilizadas fue de 3 × 3.5 mm aproximadamente y fácilmente había confusión respecto a las direcciones cristalográficas, se recurrió a la técnica de revelado de direcciones en superficies de sustratos de GaAs con el método KOH⁷, que se describe brevemente enseguida. Se sabe que los defectos microscópicos más comunes en GaAs (001) son "montecillos" alargados, los cuales están orientados en <110>

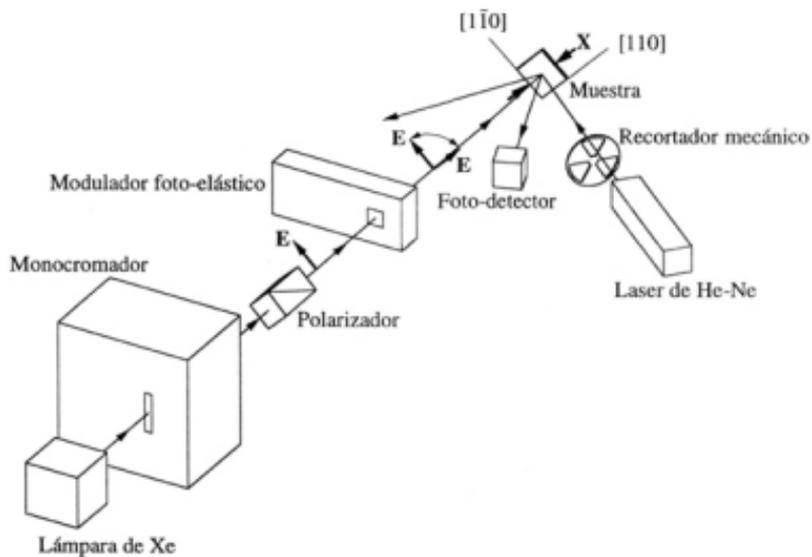


Fig. 2.1 Espectrómetro utilizado para medir Fotorreflectancia diferencial

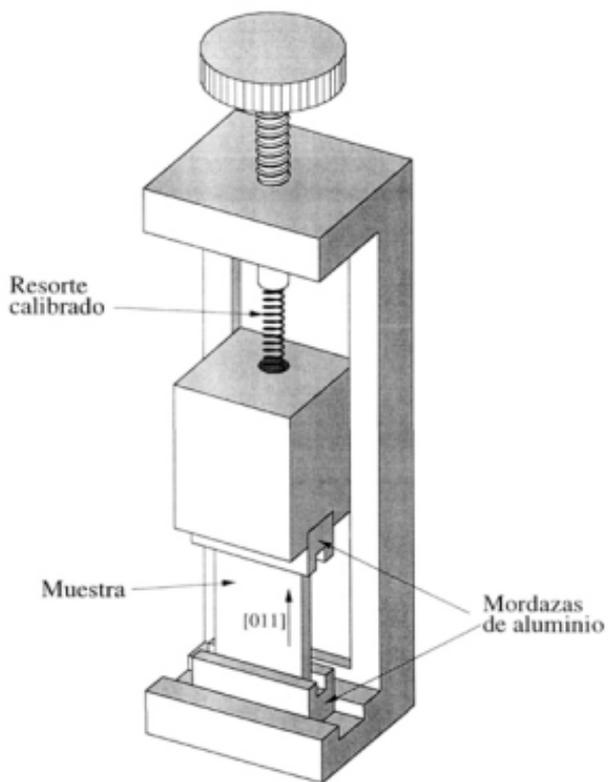


Fig. 2.2 (a). Diagrama a bloques de la prensa utilizada.

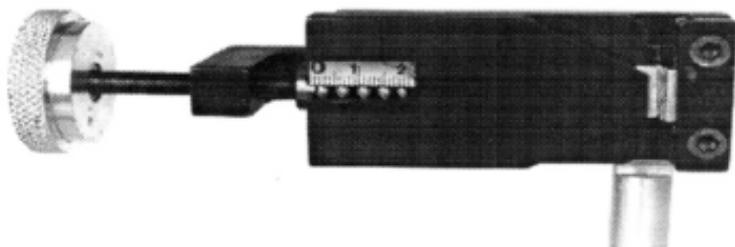


Fig. 2.2. (b) Prensa utilizada para aplicar tensión a los sustratos de GaAs.

también llamados defectos ovalados^B, así que se procedió a realizar ataque químico a nuestras muestras de manera que se revelaran dichos defectos en la dirección [110], y de esta forma conocer también la dirección de la fuerza a aplicar.

El ataque químico, usando el método KOH, se llevó a cabo en el Laboratorio de Química del Instituto. Se realizó primero un desengrasado a las muestras, previo secado con N_2 se sumergieron en KOH por un tiempo de 23 minutos a una temperatura de 400 °C. Después del enjuague con agua desionizada en ultrasonido y secado se observaron en el microscopio VERSAMET 400. En la figura 2.3 se muestra una fotografía de la superficie del sustrato después del revelado químico.

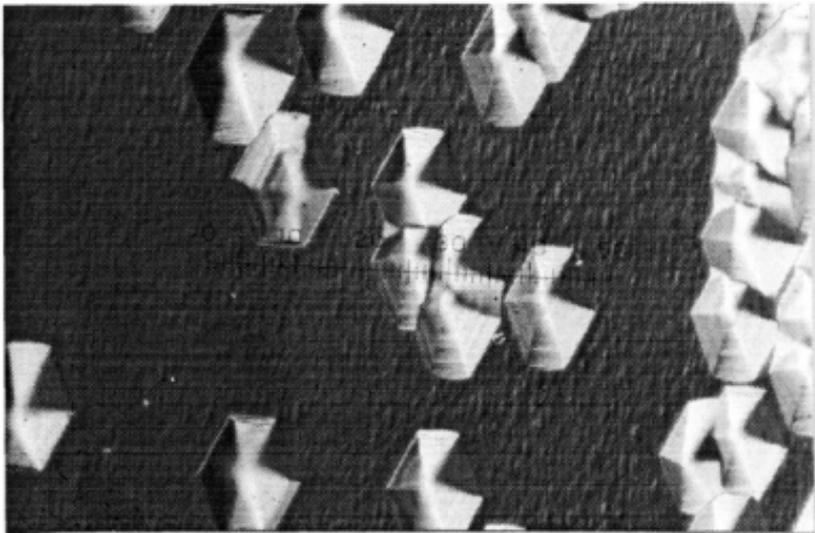


Fig. 2.3 Micrografía contraste Nomarski de un sustrato de GaAs después del ataque para el revelado de defectos.

III. EFECTOS PRODUCIDOS POR DEFORMACIONES EN LOS NIVELES ELECTRÓNICOS DE SEMICONDUCTORES TIPO ZINCBLENDA

A. Introducción

Un semiconductor puede ser deformado mediante fuentes físicas diversas. La forma más directa es por medio de la aplicación de un esfuerzo mecánico uniaxial sobre él. Por ejemplo a lo largo de $[110]$. Las deformaciones generadas de esta manera, producen cambios tanto en la simetría como en el volumen de la celda unitaria del cristal.

Otra fuente de deformación la constituye el campo eléctrico superficial del semiconductor a través de un efecto piezoeléctrico (Fig. 3.1). Esta deformación puede ser entendida de la siguiente manera: Los aniones y los cationes en una estructura de zinc blenda son atraídos y repelidos respectivamente por el campo superficial. Esto produce un movimiento reticular, es decir, una deformación que apareja a los aniones y los cationes. Visto de esta forma el cristal en dirección perpendicular a la dirección de la superficie, se forma de planos periódicos cada uno de ellos formado por pares anión-catión. La celda base del cristal deformado pasa de ser cúbica a ortorrómbica.

Una de las características de la deformación producida por el campo eléctrico es que el tamaño de la celda deformada y sin deformar es el mismo, es decir su volumen es invariable ante esta deformación. Esto contrasta, como lo veremos mas adelante, con la deformación obtenida al aplicar una tensión uniaxial a lo largo de $[110]$, en la cual se produce un cambio de volumen de la celda (Fig. 3.2). Discutiremos a continuación las deformaciones producidas por el campo eléctrico y la aplicación de un esfuerzo uniaxial a lo largo de $[110]$.

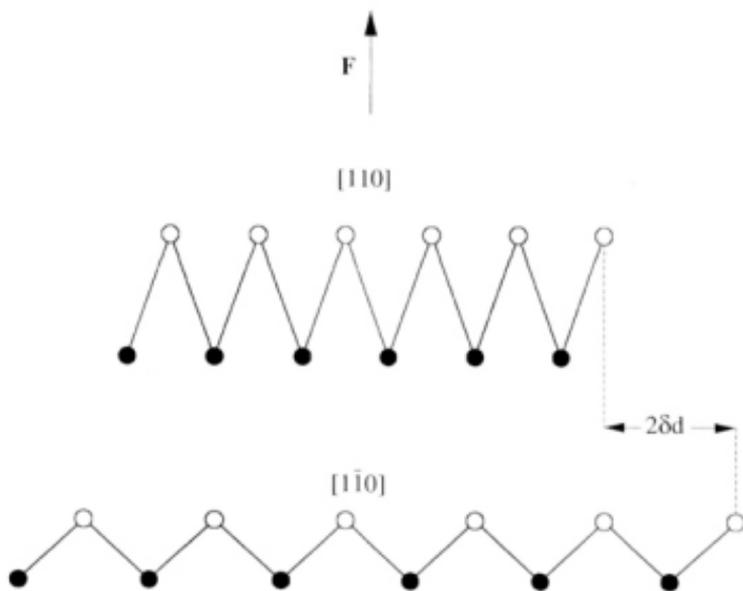


Fig. 3.1. Deformación producida por el campo eléctrico.

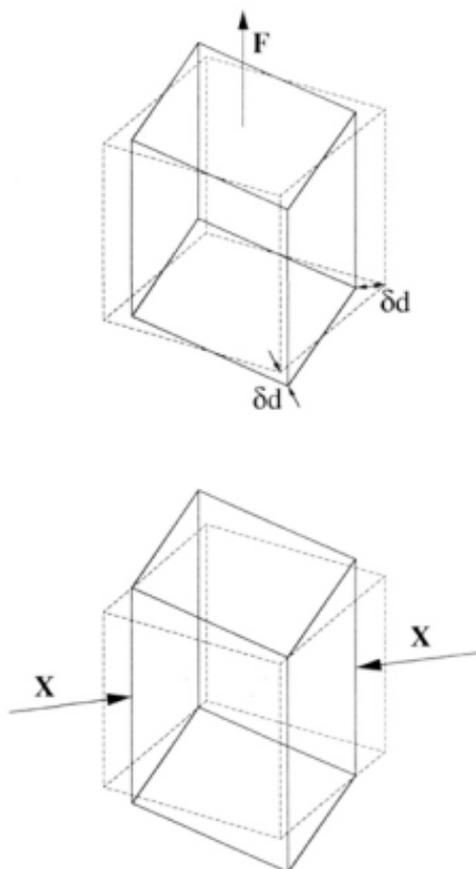


Fig. 3.2. Deformaciones producidas por un campo eléctrico (parte superior) y por la aplicación de un esfuerzo uniaxial (parte inferior).

B. Deformación producida por un campo eléctrico.

La deformación producida por un campo eléctrico esta dada por

$$\tau_{kl} = Q_{klm} F_m \quad (3.1)$$

donde F_m es la componente m del campo eléctrico y Q_{klm} es la componente klm del tensor piezoeléctrico. La deformación se relaciona con el esfuerzo de acuerdo con:

$$e_{ij} = S_{ijk} \tau_{kl} \quad (3.2)$$

Utilizando las ecuaciones (3.1) y (3.2) tenemos que⁹:

$$e_{ij} = d_{ijm} F_m \quad (3.3)$$

donde

$$d_{ijm} = S_{ijk} Q_{klm}.$$

Por simetría los únicos términos del tensor d_{ijm} diferentes de cero para un cristal de zincblenda son los de la forma $d_{xyz} = d_{14}$. Para la superficie (001) el campo eléctrico superficial esta dado por:

$$F = [0, 0, F] \quad (3.4)$$

De esta forma, utilizando las ecuaciones (3.3) y (3.4) y las consideraciones de simetría para el tensor d_{ijm} , la deformación producida por el campo eléctrico esta dada por:

$$e = d_{14} F \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

Nótese que la deformación es anisotrópica ya que contiene elementos diferentes de cero fuera de la diagonal. Por otra parte, la deformación tiene traza cero, es decir el volumen de la celda unitario no se modifica por la deformación producida por el campo eléctrico.

C. Deformación producida por una tensión uniaxial a lo largo de [110].

El tensor de esfuerzos producido por una tensión uniaxial de magnitud X aplicada a lo largo de [110] esta dada por:

$$\tau = \frac{X}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

Para calcular la deformación a partir del tensor (3.6) se utiliza la ecuación (3.2). Por simetría, para el caso de zinc blenda los únicos elementos diferentes de cero del tensor son los de la forma $S_{xxxx} = S_{11}$, $S_{xyxy} = S_{12}$ y $S_{xyyx} = S_{44}/4$.

De esta forma el tensor de deformación tiene la forma:

$$e = \frac{X}{2} \begin{pmatrix} s_{11} + s_{12} & s_{44}/2 & 0 \\ s_{44}/2 & s_{11} + s_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 2s_{12} \end{pmatrix} \quad (3.7)$$

Nótese que la deformación es anisotrópica al igual que la producida por el campo eléctrico (ecuación 3.5), pero con la diferencia que esta tiene traza diferente de cero, esto es el volumen de la celda unitaria se modifica por la deformación producida por la tensión.

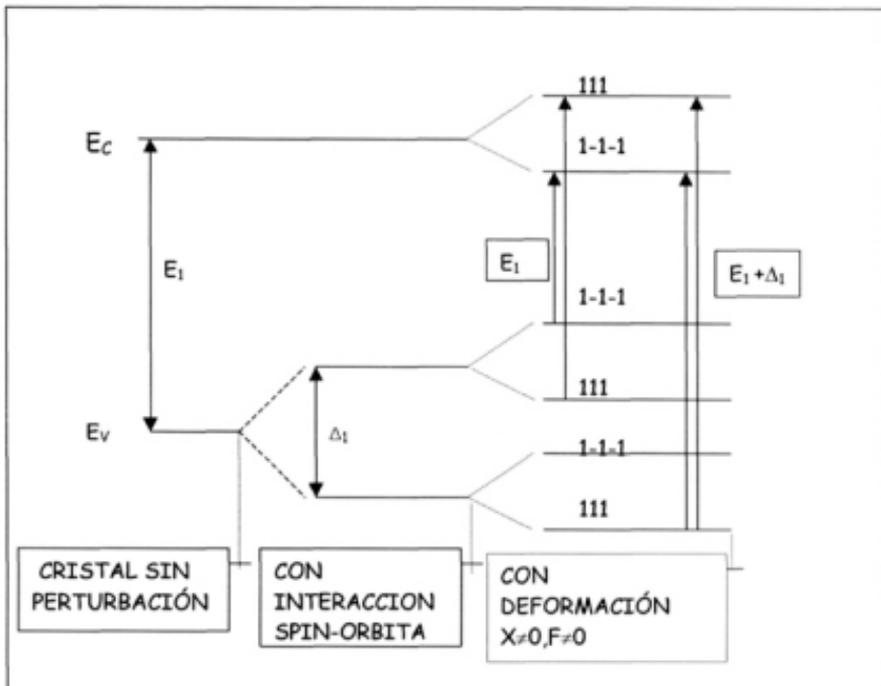


Fig. 3.3. Diagrama de Bandas. Rompimiento de las bandas debido al campo eléctrico F y a la tensión aplicada X .

D. Efectos electrónicos producidos por deformaciones en las transiciones E_1 y $E_1 + \Delta_1$

La deformación considerada en el presente trabajo es obtenida por medio de la suma de los tensores (3.5) y (3.7). El efecto producido por esta deformación total puede ser obtenido por medio del procedimiento descrito en el apéndice.

Bajo la influencia del tensor de deformación total, la equivalencia entre los ocho puntos críticos tanto de E_1 como de $E_1 + \Delta_1$ se remueve con el siguiente movimiento en energía (Ver figura 3.3)

$$\Delta(E_c - E_{v,2}) = -r \frac{\Delta_1}{2} + \Delta E_h \pm \Delta E_s + \Delta E_q^2 = -r \frac{\Delta_1}{2} (A^2 a + B^2 a') (s_{11} + 2s_{12}) X \pm \frac{1}{\sqrt{3}} (d + 2B^2 d') (d_{14} F + \frac{s_{44} X}{4}) + r \frac{1}{16 \Delta_1} \left(\frac{2dd_{14} F}{\sqrt{3}} - 2b(s_{11} - s_{12}) X + 2ds_{44} X \right)^2 \quad (3.8)$$

En donde los signos + y - corresponden a las direcciones [111] y [111] respectivamente, $r = \pm 1$ para E_1 y $E_1 + \Delta_1$, ΔE_h es el cambio en energía debido a la componente hidrostática del tensor de deformación y ΔE_s es la energía de rompimiento de la banda de valencia. Para nuestros calculos despreciaremos el término ΔE_q^2 . Utilizaremos para el cálculo de estos cambios los siguientes valores de GaAs, así como para el ajuste de nuestro modelo teórico con nuestros resultados experimentales: $a=9.77$ eV, $b=2$ eV, $d=5.4$ eV, $a'=2.985$ eV, $d'=5$ eV, $s_{11}=.117569 \times 10^{-11} \text{cm}^2/\text{dyn}$, $s_{12}=-.0365132 \times 10^{-11} \text{cm}^2/\text{dyn}$, $s_{44}=.16835 \times 10^{-11} \text{cm}^2/\text{dyn}$, $d_{14}=2.7 \times 10^{-10} \text{cm}/\text{V}$, $A=B=.56$, $\Delta_1=.21$ eV, $F=5 \times 10^4 \text{V}/\text{cm}$.¹⁰

Por otra parte los elementos de matriz de la transición entre la banda de valencia y conducción calculados a partir de las ecuaciones (A.2a), (A.4) y (A.5) del apéndice están dados por:

$$\begin{aligned} M_{[110][110]}^{[111][111]} &= \frac{3}{4} \left(1 - \frac{\alpha}{2}\right) M_0 \\ M_{[110][110]}^{[111][111]} &= \frac{1}{4} \left(1 + \frac{\alpha}{2}\right) M_0 \\ M_{[110][110]}^{[111][111]} &= \frac{1}{4} \left(1 - \frac{\alpha}{2}\right) M_0 \\ M_{[110][110]}^{[111][111]} &= \frac{3}{4} \left(1 + \frac{\alpha}{2}\right) M_0 \end{aligned} \quad (3.9)$$

En donde α está dado por

$$\alpha = [(8dd_{14} F / \sqrt{3}) - 2b(s_{11} - s_{12}) X + 2ds_{44} X] / \Delta_1 \quad (3.10)$$

Los superíndices y los subíndices en la ecuación (3.9) indican el punto de simetría en la zona de Brillouin y la dirección del vector de polarización

respectivamente. Así mismo los índices antes y después de la coma corresponden a las transiciones E_1 y $E_1 + \Delta_1$ respectivamente.

El cambio en la función dieléctrica de un material inducido por una deformación piezoelectrica en los puntos de simetría Λ se puede expresar de la siguiente manera⁵:

$$\Delta\epsilon = \Delta\epsilon' + \Delta\epsilon'' \quad (3.11)$$

Donde las componentes primadas representan el cambio en la función dieléctrica producido por las correcciones inducidas a las transiciones E_1 y $E_1 + \Delta_1$, respectivamente.

Para obtener una expresión para $\Delta\epsilon$ haremos uso de la siguiente expresión para la función dieléctrica:

$$\epsilon(E) = \frac{C}{E^2} M_b J(E) \quad (3.12)$$

donde $J(E)$ es la densidad de estados conjunta de la transición y C es un factor independiente de la energía.

Escribiendo (3.11) en términos de X y F , y sustituyendo $\epsilon(E)$ se puede encontrar el cambio en la función dieléctrica producido por la deformación en los puntos críticos E_1 y $E_1 + \Delta_1$.

Para E_1 tenemos que el cambio en la función dieléctrica para la polarización $[110]$ tiene la forma:

$$\begin{aligned} \Delta\epsilon_{[110]} = & \frac{C}{E^2} [M_{[110]}^{[111]}(F, X) J(E, E_0 + \Delta E_h + \Delta E_s(F, X)) + M_{[110]}^{[112]}(F, X) J(E, E_0 + \Delta E_h - \Delta E_s(F, X)) \\ & - M_{[110]}^{[111]}(0, X) J(E, E_0 + \Delta E_h + \Delta E_s(0, X)) - M_{[110]}^{[112]}(0, X) J(E, E_0 + \Delta E_h - \Delta E_s(0, X))] + \\ & \frac{1}{M_b} [M_{[110]}^{[111]}(F, X) \Delta\epsilon_{QFR}(E, E_0 + \Delta E_h + \Delta E_s(F, X)) + M_{[110]}^{[112]}(F, X) \Delta\epsilon_{QFR}(E, E_0 + \Delta E_h - \Delta E_s(F, X))] \end{aligned} \quad (3.13)$$

En donde $\Delta\epsilon_{QFR}(E, E_0)$ es el cambio en la función dieléctrica en ausencia de esfuerzos. Para luz no polarizada tenemos:

$$\begin{aligned} \Delta \varepsilon &= (\Delta \varepsilon_{[110]} + \Delta \varepsilon_{[11\bar{1}]})/2 = \\ &\frac{1}{2M_b} [M_{[110]}^{[111]}(F, X) \Delta \varepsilon_{QFR}(E, E_0 + \Delta E_h + \Delta E_s(F, X)) + M_{[110]}^{[11\bar{1}]}(F, X) \Delta \varepsilon_{QFR}(E, E_0 + \Delta E_h - \Delta E_s(F, X))] + \\ &\frac{1}{2M_b} [M_{[11\bar{1}]}^{[111]}(F, X) \Delta \varepsilon_{QFR}(E, E_0 + \Delta E_h + \Delta E_s(F, X)) + M_{[11\bar{1}]}^{[11\bar{1}]}(F, X) \Delta \varepsilon_{QFR}(E, E_0 + \Delta E_h - \Delta E_s(F, X))] \end{aligned} \quad (3.14)$$

Utilizando las ecuaciones (3.13) y (3.14), el cambio en la función dieléctrica medido por medio de FRD esta dado por:

$$\begin{aligned} \Delta \varepsilon_{FRD} &= \Delta \varepsilon_{[110]} - \Delta \varepsilon = \\ &\frac{C}{E^2} [M_{[110]}^{[111]}(F, X) J(E, E_0 + \Delta E_h + \Delta E_s(F, X)) + M_{[110]}^{[11\bar{1}]}(F, X) J(E, E_0 + \Delta E_h - \Delta E_s(F, X)) - \\ &\quad M_{[110]}^{[111]}(0, X) J(E, E_0 + \Delta E_h + \Delta E_s(0, X)) - M_{[110]}^{[11\bar{1}]}(0, X) J(E, E_0 + \Delta E_h - \Delta E_s(0, X))] + \\ &\frac{1}{M_b} [M_{[110]}^{[111]}(F, X) \Delta \varepsilon_{QFR}(E, E_0 + \Delta E_h + \Delta E_s(F, X)) + M_{[110]}^{[11\bar{1}]}(F, X) \Delta \varepsilon_{QFR}(E, E_0 + \Delta E_h - \Delta E_s(F, X))] - \\ &\frac{1}{2M_b} [M_{[110]}^{[111]}(F, X) \Delta \varepsilon_{QFR}(E, E_0 + \Delta E_h + \Delta E_s(F, X)) + M_{[110]}^{[11\bar{1}]}(F, X) \Delta \varepsilon_{QFR}(E, E_0 + \Delta E_h - \Delta E_s(F, X)) + \\ &\quad M_{[11\bar{1}]}^{[111]}(F, X) \Delta \varepsilon_{QFR}(E, E_0 + \Delta E_h + \Delta E_s(F, X)) + M_{[11\bar{1}]}^{[11\bar{1}]}(F, X) \Delta \varepsilon_{QFR}(E, E_0 + \Delta E_h - \Delta E_s(F, X))] \end{aligned}$$

Simplificando

$$\begin{aligned} \Delta \varepsilon_{FRD} &= \Delta \varepsilon_{[110]} - \Delta \varepsilon = \\ &\frac{C}{E^2} [M_{[110]}^{[111]}(F, X) J(E, E_0 + \Delta E_h + \Delta E_s(F, X)) + M_{[110]}^{[11\bar{1}]}(F, X) J(E, E_0 + \Delta E_h - \Delta E_s(F, X)) - \\ &\quad M_{[110]}^{[111]}(0, X) J(E, E_0 + \Delta E_h + \Delta E_s(0, X)) - M_{[110]}^{[11\bar{1}]}(0, X) J(E, E_0 + \Delta E_h - \Delta E_s(0, X))] + \\ &\frac{1}{2M_b} [(M_{[110]}^{[111]} - M_{[11\bar{1}]}^{[111]})(F, X) \Delta \varepsilon_{QFR}(E, E_0 + \Delta E_h + \Delta E_s(F, X)) + \\ &\quad (M_{[110]}^{[11\bar{1}]} - M_{[11\bar{1}]}^{[11\bar{1}]}) (F, X) \Delta \varepsilon_{QFR}(E, E_0 + \Delta E_h - \Delta E_s(F, X))] \end{aligned} \quad (3.15)$$

Sustituyendo en (3.15) las expresiones (3.9)

$$\begin{aligned} \Delta \varepsilon_{FRD} = & \frac{CM_0}{4E^2} \left((1 + \frac{\alpha}{2}) [J(E, E_0 + \Delta E_h + \Delta E_s(F, X)) + 3J(E, E_0 + \Delta E_h - \Delta E_s(F, X)) - 4J(E, E_0 + \Delta E_h)] \right. \\ & + \frac{1}{4} [(\Delta \varepsilon_{QFR}(E, E_0 + \Delta E_h - \Delta E_s(F, X)) - \Delta \varepsilon_{QFR}(E, E_0 + \Delta E_h + \Delta E_s(F, X)))] + \\ & \left. \alpha [\Delta \varepsilon_{QFR}(E, E_0 + \Delta E_h - \Delta E_s(F, X)) - \Delta \varepsilon_{QFR}(E, E_0 + \Delta E_h + \Delta E_s(F, X))] \right) \end{aligned} \quad (3.16)$$

Expandiendo las densidades de estados $J(E)$ y $\Delta \varepsilon_{QFR}$ en series de Taylor, despreciando términos cuadráticos en α y utilizando la ecuación (3.12) tenemos:

$$\begin{aligned} \Delta \varepsilon_{FRD} = & \frac{1}{2} \left[-\frac{1}{E^2} \frac{\partial E^2 \varepsilon(E, E_0 + \Delta E_h)}{\partial E} \Delta E_s(F, 0) \pm \alpha(F, 0) \varepsilon(E, E_0 + \Delta E_h) \right] + \\ & \frac{1}{2} \left[-\frac{1}{E^2} \frac{\partial E^2 FR(E, E_0 + \Delta E_h)}{\partial E} \Delta E_s(F, X) \pm \alpha(F, X) FR(E, E_0 + \Delta E_h) \right] \end{aligned} \quad (3.17)$$

La ecuación (3.17) nos da el cambio en la función dieléctrica para luz polarizada a lo largo de $[1\bar{1}0]$ y sin polarización en función de la magnitud del campo eléctrico superficial y la tensión aplicada. Esta ecuación será utilizada para calcular el cambio respectivo en la señal de reflectividad en la siguiente sección.

E. Forma de línea del espectro de Fotorreflectancia Diferencial

Como es más sencillo obtener espectros de reflectividad pondremos la función dieléctrica $\Delta \varepsilon$ para ambas transiciones en términos de R utilizando la siguiente igualdad

$$\left(\frac{\Delta R}{R} \right)_{FRD} = \text{Re}[(\alpha_s - i\beta_s) \Delta \varepsilon_{FRD}] \quad (3.18)$$

donde α y β son los coeficientes de Serafín para GaAs.

Sustituyendo (3.17) y suponiendo que $\Gamma \gg \Delta E_s(F, X)$, donde Γ es el parámetro de ensanchamiento de la transición, tenemos:

$$\begin{aligned} \left. \frac{\Delta R}{R} \right)_{FRD} = & \frac{1}{2} \operatorname{Re}(\alpha_s - i\beta_s) \left[-\frac{1}{E^2} \frac{\partial E^2 \varepsilon(E, E_0 + \Delta E_h)}{\partial E} \Delta E_s(F, 0) \pm \alpha(F, 0) \varepsilon(E, E_0 + \Delta E_h) \right] + \\ & \frac{1}{2} \operatorname{Re}(\alpha_s - i\beta_s) \left[-\frac{1}{E^2} \frac{\partial E^2 FR(E, E_0 + \Delta E_h)}{\partial E} \Delta E_s(F, X) \pm \alpha(F, X) FR(E, E_0 + \Delta E_h) \right] \end{aligned} \quad (3.19)$$

donde los signos + y - corresponden a las transiciones E_i y $E_i + \Delta_i$ respectivamente.

Representaremos la forma de línea como un cambio en la reflectividad normalizada, de manera que la forma de línea general para el espectro del efecto EO queda dada por:

$$\begin{aligned} \left. \frac{\Delta R}{R} \right)_{FRD} = & \left[-\frac{1}{2R} \frac{\partial R(E, E_0 + \Delta E_h)}{\partial E} \Delta E_s(F, 0) \pm \frac{\alpha(F, 0)}{2} R(E, E_0 + \Delta E_h) \right] + \\ & \frac{1}{2} \left[-\frac{1}{E^2} \frac{\partial E^2 FR(E, E_0 + \Delta E_h)}{\partial E} \Delta E_s(F, X) \pm \alpha(F, X) FR(E, E_0 + \Delta E_h) \right] \end{aligned} \quad (3.20)$$

El primer término corresponde a la componente EOL y el segundo a la componente EOC. La expresión 3.20 será utilizada en la siguiente sección para calcular el cambio en la reflectividad y compararlo con las mediciones experimentales.

IV. RESULTADOS EXPERIMENTALES Y DISCUSION

En este trabajo de tesis se midieron espectros de Fotorreflectancia en el rango energético de 2.7 a 3.5 eV para sustratos de GaAs (001) tipo n ($5.6 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$) sometido a diversos valores de tensión.

Una vez colocado el sustrato en la prensa del sistema que se describió en el capítulo II se realizó la medición simultánea de los espectros de Fotorreflectancia polarizada y sin polarizar con un número de 5000 lecturas por punto, a temperatura ambiente.

En la Figura 4.1 se muestra la evolución de los espectros de FRP y FRSP para diferentes tensiones, donde X es el valor de la tensión aplicada. En el espectro a) se tiene un valor $X=0$.

Podemos observar que a medida que aumenta la tensión, espectros b) y c), existe un ligero corrimiento alrededor de las posiciones de los puntos críticos E_1 y $E_1 + \Delta_1$ hacia altas energías, en el espectro de FR polarizado con referencia al de FR sin polarizar. También observamos un aumento en la amplitud de la forma de línea del espectro con polarización en E_1 , así como una ligera disminución en la amplitud asociada con $E_1 + \Delta_1$.

Se midieron también para los mismos sustratos sus espectros de reflectividad utilizando el espectrofotómetro Varian Cary-5 en el intervalo de energía en el que están situadas las transiciones E_1 y $E_1 + \Delta_1$, los cuales se utilizaron en el modelo teórico que posteriormente se compara con los resultados experimentales.

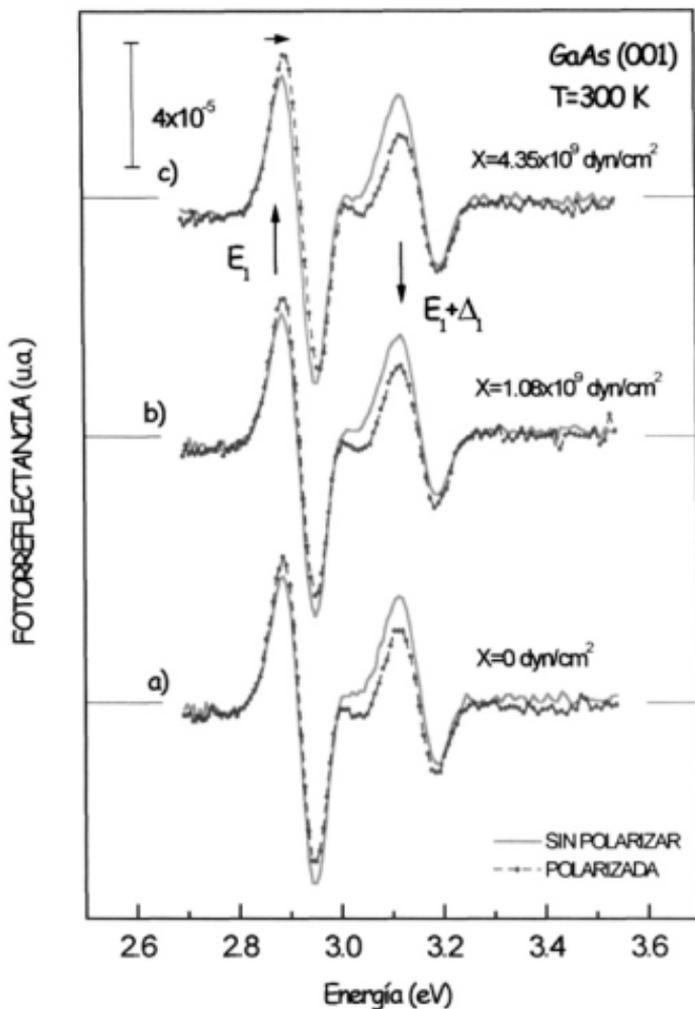


Fig. 4.1. Espectros de FR para un sustrato de GaAs. La línea continua corresponde al espectro de FR sin polarizar y la línea punteada al de FR polarizada.

A continuación (Figura 4.2) se presentan los espectros experimentales del efecto EO, línea punteada, obtenidos al sustraer el espectro de FR sin polarizar al de FR polarizado. El origen físico de esta estructura se asocia a la deformación producida por la tensión y el campo eléctrico aplicado, es decir, partiendo de una simetría ortorrómbica. También observamos la forma de línea que resulta del ajuste del modelo teórico empleando la ecuación (3.20) y utilizando los espectros de reflectividad requeridos anteriormente medidos.

Al analizar la evolución de los espectros notamos que al comenzar a tensar, espectro b), comienza la formación de un "hombro" alrededor de 3 eV, que en el espectro c) es claramente notable, con ayuda de la ecuación (3.8) y haciendo los cálculos necesarios encontramos que dicha estructura se encuentra situada en 3.03 eV. También se aprecia un ligero corrimiento hacia bajas y altas energías alrededor de las posiciones de E_1 y $E_1 + \Delta_1$ respectivamente. La diferencia en alturas también es remarcable.

Como se aprecia en la figura 4.2 nuestro modelo reproduce de manera excelente los resultados obtenidos experimentalmente

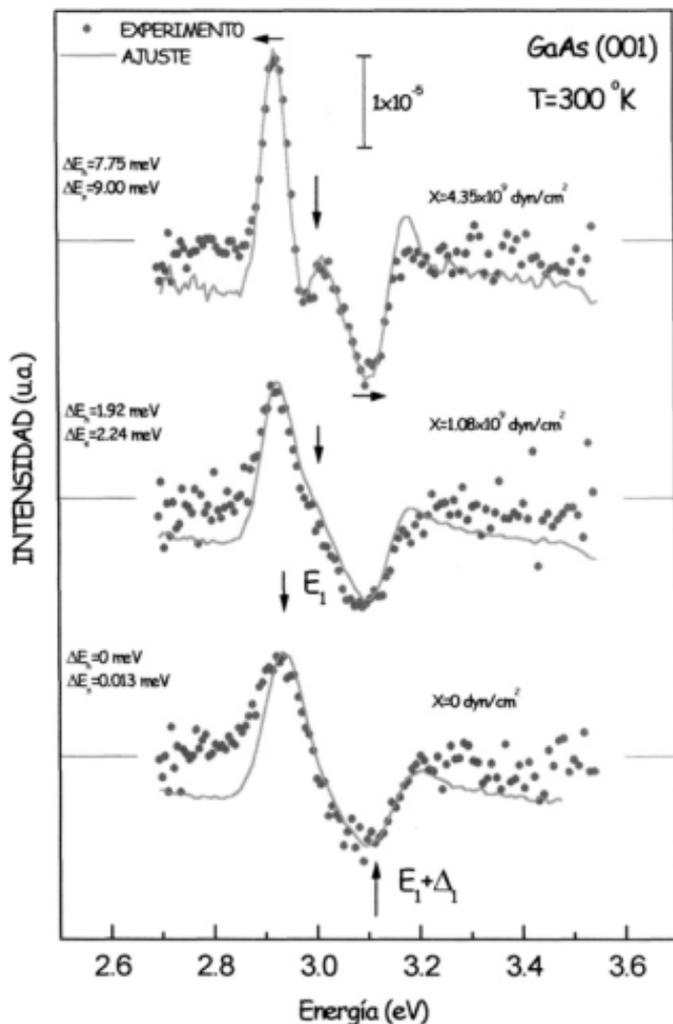


Fig. 4.2. Espectros del efecto Electro Optico obtenidos de manera experimental (puntos) comparados con los obtenidos en el modelo teórico (línea continua).

V. CONCLUSIONES

Se midieron espectros de FR en sustratos de GaAs (001) tipo n ($5.6 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$) sometido a una tensión a lo largo de la dirección [110] con un espectrómetro que fue diseñado en un trabajo anterior⁵ en el Instituto, con el propósito de medir el efecto electro óptico en semiconductores tipo zincblenda partiendo de una simetría ortorrómbica. Las mediciones se realizaron alrededor de las transiciones E_1 y $E_1 + \Delta_1$.

Además de la componente electro óptica lineal (EOL) ya reportada⁵ se encontró una componente electro óptica cuadrática (EOC) al aplicar la tensión. Esta componente EOC es muy clara para una tensión de $4.35 \times 10^9 \text{ dyn/cm}^2$.

Utilizando el hecho de que la tensión rompe la simetría del cristal, haciendo anisotrópica la componente EOC, se extendió la teoría del efecto EOL ya conocida⁵ para incluir la componente EOC.

El modelo mencionado reproduce bastante bien la evolución del espectro de Fotorreflectancia Diferencial (FRD) al aplicar la tensión. La componente EOC esta formada por la superposición de la forma de línea de fotorreflectancia y de la derivada de fotorreflectancia.

El resultado reportado en esta tesis extiende la teoría LEO y es útil en el desarrollo de la espectroscopía de FRD como una herramienta de caracterización de campos eléctricos superficiales y propiedades piezo ópticas.

APENDICE

El efecto del tensor de deformación sobre los niveles energéticos de los puntos críticos E_1 y $E_1+\Delta_1$ se determina a partir del Hamiltoniano de Pikus-Bir^{11,12,13}, para el caso de un efecto piezoeléctrico y de una tensión uniaxial tiene la forma:

$$H = -a(s_{11} + 2s_{12})X - 3b\left[\frac{s_{11} + s_{12}}{2}\left(L_x^2 - \frac{L^2}{3}\right) + \frac{s_{11} + s_{12}}{2}\left(L_y^2 - \frac{L^2}{3}\right) + s_{12}\left(L_z^2 - \frac{L^2}{3}\right)\right]X - \frac{\sqrt{3}}{4}d(s_{44}X + d_{14}F)(L_xL_y + L_yL_x) + \frac{\Delta_1}{2}L \cdot s \quad (\text{A.1})$$

donde a es el potencial hidrostático que nos describe el cambio de volumen, sin que se presente cambio de forma, b y d son potenciales de deformación tetragonal y ortorrómbica que nos representan el cambio de forma y volumen respectivamente. S representa las matrices de Pauli para el espín¹⁴ y las componentes del vector de momento angular L se obtienen al desarrollar $L = r \times \hbar \nabla$, considerando la constante de Planck como unitaria.

Es importante considerar que el efecto que se observa proviene del bulto del semiconductor por lo que conviene utilizar las funciones de onda de las bandas de valencia y conducción respectivas. Estas funciones de onda representan a los ocho puntos críticos presentes en la zona de Brillouin con simetría Λ , y están dadas por¹⁵:

$$\begin{aligned} |u_{c,0}\rangle &= A|S \uparrow\rangle + B\left|\frac{1}{\sqrt{3}}(X - Y - Z) \uparrow\right\rangle \\ |u_{v1,0}\rangle &= \left|\left(\frac{X + Y}{2} + i\frac{X - Y + 2Z}{\sqrt{12}}\right) \uparrow\right\rangle \\ |u_{v2,0}\rangle &= \left|\left(\frac{X + Y}{2} - i\frac{X - Y + 2Z}{\sqrt{12}}\right) \uparrow\right\rangle \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

donde $A=-B=0.56$ para GaAs.

Para encontrar las funciones de onda perturbadas por la tensión y el campo eléctrico es necesario utilizar teoría de perturbaciones a primer orden¹⁶, con el Hamiltoniano (A.1) y las funciones de onda en (A.2) se calcula la diferencia en energía entre las bandas de conducción y valencia.

$$\begin{pmatrix} |u_{v,1,0}\rangle & |u_{v,2,0}\rangle \\ -\frac{\Delta_1}{2} - as_{11}X - 2s_{12}X - \frac{ds_{44}X}{4\sqrt{3}} - \frac{dd_{14}F}{\sqrt{3}} & -\frac{ds_{44}X}{2\sqrt{3}} - \frac{2dd_{14}F}{\sqrt{3}} + \frac{bs_{11}X}{2} - \frac{bs_{12}X}{2} \\ -\frac{ds_{44}X}{2\sqrt{3}} - \frac{2dd_{14}F}{\sqrt{3}} + \frac{bs_{11}X}{2} - \frac{bs_{12}X}{2} & \frac{\Delta_1}{2} - as_{11}X - 2s_{12}X - \frac{ds_{44}X}{4\sqrt{3}} - \frac{dd_{14}F}{\sqrt{3}} \end{pmatrix} \quad (A.3)$$

Diagonalizando la matriz de la ecuación (A.3) y expandiendo en potencias de $(2ds_{44}X/\sqrt{3} - 2b(s_{11}-s_{12})^2)/16\Delta_1$, obtenemos:

$$\Delta(Ec - E_{v,2}) = -r\frac{\Delta_1}{2} + (A^2a + B^2a')(s_{11} + 2s_{12})X \pm \frac{1}{\sqrt{3}}(d + 2B^2d')(d_{14}F + \frac{s_{44}X}{4}) + r\left(\frac{2dd_{14}F}{\sqrt{3}} - 2b(s_{11} - s_{12})X + 2ds_{44}X\right)^2 / 16\Delta_1 \quad (A.4)$$

En donde los signos + y - corresponden a las direcciones [1-1-1] y [111] respectivamente y $r = \pm 1$ para E_1 y $E_1 + \Delta_1$, a' y d' son los potenciales de deformación hidrostático y ortorrómbico de la banda de conducción. Solo se calculan para estas direcciones ya que la simetría de inversión permanece en cristales que cambian su simetría de cúbica a ortorrómbica, de manera que estas cuatro elipsoides representan a sus inversos¹⁷.

Las nuevas funciones de onda dependientes de la tensión y del campo eléctrico (Eigenvectores del Hamiltoniano) para la banda de valencia quedan de la forma:

$$|u_{v,1,x}\rangle = |E_1\rangle^* = |u_{v,1,0}\rangle + \frac{\langle u_{v,1,0} | H | u_{v,2,0} \rangle}{\Delta_1} |u_{v,2,0}\rangle$$

$$|u_{v2,x}\rangle = |E_1 + \Delta_1\rangle^\mp = |u_{v2,0}\rangle + \frac{\langle u_{v1,0} | H | u_{v2,0} \rangle}{\Delta_1} |u_{v1,0}\rangle \quad (\text{A.5})$$

Es necesario calcular los elementos de matriz que describen la transición entre bandas para una polarización de luz incidente específica, la manera de determinarla es escoger entre los dos ejes cristalográficos perpendiculares a la normal de la superficie, ya que la anisotropía que se busca modelar no cambia con respecto a una dirección cristalográfica paralela a la superficie, modificando, la selección de cualquiera de las dos, solamente el signo del espectro obtenido.

La magnitud de los elementos al cuadrado para las transiciones banda-banda nos brindan información con la que contribuyen al efecto EO cada uno de los puntos críticos, y se calcula de la siguiente manera:

$$M^{2(+)} = \langle u_c | e \cdot p | u_{v1,x} \rangle^2$$

$$M^{2(-)} = \langle u_c | e \cdot p | u_{v2,x} \rangle^2 \quad (\text{A.6})$$

donde e es el vector de polarización unitario del campo eléctrico del haz incidente y p es el momento angular¹⁷.

Los elementos de matriz de la transición entre la banda de valencia y conducción calculados a partir de las ecuaciones (A.6) están dados por:

$$M_{\begin{smallmatrix} [\Gamma_1] \\ [100] \end{smallmatrix} \begin{smallmatrix} [\Gamma_{11}] \\ [110] \end{smallmatrix}} = \frac{3}{4} \left(1 - \frac{\alpha}{2}\right) M_0$$

$$M_{\begin{smallmatrix} [\Gamma_1] \\ [110] \end{smallmatrix} \begin{smallmatrix} [\Gamma_{11}] \\ [100] \end{smallmatrix}} = \frac{1}{4} \left(1 + \frac{\alpha}{2}\right) M_0 \quad (\text{A.7})$$

$$M_{\begin{smallmatrix} [\Gamma_{11}] \\ [100] \end{smallmatrix} \begin{smallmatrix} [\Gamma_1] \\ [110] \end{smallmatrix}} = \frac{1}{4} \left(1 - \frac{\alpha}{2}\right) M_0$$

$$M_{\begin{smallmatrix} [\Gamma_{11}] \\ [110] \end{smallmatrix} \begin{smallmatrix} [\Gamma_1] \\ [100] \end{smallmatrix}} = \frac{3}{4} \left(1 + \frac{\alpha}{2}\right) M_0$$

En donde los superíndices y los subíndices indican el punto de simetría en la zona de Brillouin y la dirección del vector de polarización respectivamente, y α esta dado por

$$\alpha = [(8dd_{14}F/\sqrt{3}) - 2b(s_{11} - s_{12})X + 2ds_{44}X]/\Delta_1 \quad (\text{A.8})$$

Asi mismo los índices antes y después de la coma corresponden a las transiciones E_1 y $E_1+\Delta_1$ respectivamente.

Por consideraciones de simetría^{17,18} solo algunos de los elementos de matriz son diferentes de cero, estas son:

$$\begin{aligned} P &= \langle X\uparrow | p_x | S\uparrow \rangle = \langle Y\uparrow | p_y | S\uparrow \rangle = \langle Z\uparrow | p_z | S\uparrow \rangle \\ Q &= \langle X\uparrow | p_y | z\uparrow \rangle = \langle X\uparrow | p_z | y\uparrow \rangle, \\ &= \langle Y\uparrow | p_x | z\uparrow \rangle = \langle Y\uparrow | p_z | x\uparrow \rangle, \\ &= \langle Z\uparrow | p_x | y\uparrow \rangle = \langle Z\uparrow | p_y | x\uparrow \rangle \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

con expresiones similares para el espín hacia abajo. P nos representa la transición producida por la polarización entre las bandas de valencia los estados espín órbita, y Q representa la transición producida entre las bandas de valencia y conducción.

BIBLIOGRAFIA

- ¹ E. Y. Wang, W.A. Albers and C. E. Bleil, in Proceedings of the International Conference on II-VI Semiconductor Compounds Providence, RI, edited by D. G. Thomas (Benjamin, New York, 1968).
- ² O. J. Glembocki, B. V. Shanabrook, N. Bottka, W. T. Beard, and J. Comas, SPIE 524, 86 (1985).
- ³ D. E. Aspnes, in Handbook of semiconductors, edited by M. Balkanski (North Holland, Amsterdam 1980) Vol. 2 p. 145.
- ⁴ D. E. Aspnes, in Handbook of semiconductors, edited by M. Balkanski (North Holland, Amsterdam 1980) Vol. 2 p. 125.
- ⁵ A. Lastras-Martínez, R. E. Balderas-Navarro, L. F. Lastras-Martínez and M. A. Vidal, Phys. Rev. **B59**, 10234 (1999).
- ⁶ Ver p. ejm., N. P. Fedotiev and S.Y. Grilijes, Electropolido y Anodización de metales, Ed. Gustavo Gili, p. 188.
- ⁷ Ver p. ejm., K. Sangwall, Etching of Crystals, North Holland, p. 427.
- ⁸ M. Blafeur, A. Muñoz-Yague and A. Rocher, Journal of Crystal Growth 59, 531-538 (1982).
- ⁹ Ver p. ejm., J. F. Nye, Physical Properties of Crystals (Oxford University Press, Oxford, 1995), p. 115.
- ¹⁰ Author, in Title, edited by O. Madellung, M. Schultz, and H. Neiss, Landolt Bornstein, New Series, Vol. III/17^a (Springer, Berlín, 1982) p.241.
- ¹¹ G. E. Pikus and G. L. Bir, Fiz. Tverd, Tela 1, 154 (1959)

-
- ¹² H. Hasegawa, Phys. Rev. **129**, 1029 (1963).
- ¹³ J. C. Hensel and G. Feher, Phys. Rev. **129**, 1041 (1963).
- ¹⁴ Ver p. ejm., E. Merzbacher, Quantum Mechanics (J. Wiley & Sons, Inc., New York, 1963), P. 282.
- ¹⁵ F. H. Pollak and M. Cardona, Phys Rev. **172**, 816 (1968).
- ¹⁶ Ver p. ejm., E. Merzbacher, Quantum Mechanics (J. Wiley & Sons, Inc., New York, 1970), p. 417-420.
- ¹⁷ G. Dresselhaus, A. F. Kip, and C. Kittel, Phys. Rev. **98**, 368 (1955).
- ¹⁸ Ver p. ejm., E. O. Kane, Physics of III-V Compounds, edited by R. K. Willardson and A. C. Beer (Academic Press Inc., New York, 1966), Vol. **1**, p.75

EX LIBRIS



SISTEMA DE
BIBLIOTECAS
U.A.S.L.P.

No. DE REG.

