



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE SAN LUIS POTOSÍ

---

FACULTAD DE CIENCIAS

DECAIMIENTOS NO LEPTÓNICOS DE  
HIPERONES EN TEORÍA DE  
PERTURBACIONES QUIRALES PARA  $N_c$   
GRANDE

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

**Maestra en Ciencias (Física)**

PRESENTA:

**Mayra Alejandra Rivera Ruiz**



DIRECTOR DE TESIS:

Dr. Rubén Flores Mendieta

San Luis Potosí, S.L.P, Septiembre 2017



*A mis amigos Maribel y Guillermo  
y  
a mi familia*

---

Al Dr. Rubén Flores Mendieta por dirigir exitosamente el presente trabajo y haberme dado la oportunidad de aprender sobre esta línea de investigación. También quiero agradecer toda la paciencia y apoyo brindado desde el comienzo de mis estudios de maestría.

A mis padres y hermanos por todo su amor y cariño.

A mis apreciables amigos Maribel, Guillermo y Jonathan por su sincera amistad y todo el apoyo que me han dado en los momentos difíciles.

A todos los maestros que me han formado durante mis estudios de posgrado y especialmente a la Dra. Mariana Kirbach y al Dr. Antonio Morelos Pineda por todos sus consejos.

Al consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por la beca otorgada.





# Resumen

---

El cálculo analítico de propiedades de bariones no es posible debido a que la QCD presenta un fuerte acoplamiento a bajas energías. Por consiguiente, se han desarrollado diferentes métodos para estudiar la dinámica de hadrones a bajas energías, tales como la teoría de perturbaciones quirales y la expansión  $1/N_c$  de la QCD.

La QCD para  $N_c$  grande es la generalización de la QCD de  $N_c = 3$  a  $N_c \gg 3$ . En este límite surge la simetría contraída espín sabor  $SU(2N_f)$  en el sector de bariones, donde  $N_f$  es el número de sabores. En la expansión  $1/N_c$  las correcciones de las cantidades físicas en consideración aparecen a órdenes  $1/N_c$ ,  $1/N_c^2$ ,  $1/N_c^3$ , etc. Dentro de este formalismo se han calculado una variedad de cantidades físicas que incluyen las amplitudes de decaimientos no leptónicos de hiperones [1].

La teoría de perturbaciones quirales es una de las teorías efectivas para los fenómenos hadrónicos a bajas energías que se basa en el rompimiento espontáneo de la simetría  $SU(3)_L \times SU(3)_R$  del lagrangiano de la QCD. La teoría de perturbaciones quirales tiene una expansión sistemática en potencias de  $p^2/\Lambda_\chi$  y  $m_\pi^2/\Lambda_\chi$ , donde  $p$  es el momento del mesón,  $m_\pi^2$  es la masa del bosón de Goldstone y  $\Lambda_\chi$  es la escala del rompimiento de la simetría quiral. La inclusión de partículas cuya masa no se desvanece en el límite quiral puede llevarse a cabo dentro del marco de la teoría de perturbaciones quirales para bariones pesados.

Los decaimientos no leptónicos de hiperones de la forma  $B_i \rightarrow B_f + \pi_a$  se han estudiado ampliamente. Las amplitudes de los decaimientos no leptónicos están bien determinadas experimentalmente, sin embargo, la teoría correspondiente no es todavía satisfactoria [2, 3]. La dificultad proviene del hecho de que las amplitudes de onda S y onda P no pueden ser reproducidas simultáneamente y por consiguiente el mecanismo de mejora de las amplitudes  $\Delta I = 1/2$  no está comprendido del todo.

En las referencias [1, 4] las contribuciones a las amplitudes de onda S y onda P fueron calculadas dentro del marco de la expansión  $1/N_c$  de la QCD y la teoría de perturbaciones quirales obteniendo resultados que concuerdan bastante bien con los datos experimentales. En el presente trabajo se hace el cálculo parcial de la amplitud de onda S utilizando un poderoso método que combina la teoría de perturbaciones quirales y la expansión  $1/N_c$ . En este formalismo, conocido como teoría de perturbaciones quirales para  $N_c$  grande, se hace una expansión en potencias de  $m_q/\Lambda_\chi$  y  $1/N_c$ , considerando el doble límite  $m_q \rightarrow 0$  y  $N_c \rightarrow \infty$ .

El presente trabajo está organizado como sigue. En el capítulo 1 y 2 se introducen los conceptos básicos de la física de partículas dando una breve introducción al modelo estándar y teoría de grupos. También se trata la importancia de las simetrías en la física y de cómo estas traen como consecuencia la conservación de ciertas cantidades físicas, para esto se dedica una sección sobre el teorema de Noether. En el capítulo 3 se introduce el formalismo de la expansión  $1/N_c$  de la QCD y de la teoría de perturbaciones quirales. Por último, en el capítulo 4, se presenta el cálculo parcial de la amplitud de decaimiento no leptónico de hiperones de onda S en teoría de perturbaciones quirales para  $N_c$  grande.

El trabajo se ve complementado con los apéndices A, B y C en los que se da una introducción del concepto del lagrangiano en teoría cuántica de campos y se presentan el lagrangiano de la QED y los operadores de proyección de mano derecha e izquierda.

# Índice general

---

<b>Índice de figuras</b>	<b>XI</b>
<b>Índice de tablas</b>	<b>XIII</b>
<b>1. Introducción a la física de partículas</b>	<b>1</b>
1.1. Antecedentes históricos . . . . .	1
1.2. Introducción al Modelo Estándar . . . . .	5
1.3. Interacciones fundamentales en la naturaleza . . . . .	7
1.3.1. Interacción electromagnética . . . . .	7
1.3.2. Interacción débil . . . . .	7
1.3.3. Interacción fuerte . . . . .	8
1.3.4. Unificación de fuerzas . . . . .	8
1.3.5. El Mecanismo de Higgs . . . . .	9
1.3.6. Supersimetría . . . . .	9
1.3.7. Teoría de cuerdas . . . . .	10
1.3.8. El alcance de una interacción . . . . .	11
1.4. Partículas elementales . . . . .	12
1.5. Leptones . . . . .	12
1.6. Quarks . . . . .	12
1.7. Hadrones . . . . .	14
1.8. Propiedades de las partículas elementales . . . . .	15
1.8.1. Conservación de números cuánticos . . . . .	15
1.8.2. Isoespín . . . . .	16
1.9. Rotura de simetría . . . . .	17
1.9.1. Mecanismo de Nambu-Goldstone . . . . .	18

1.9.2. Mecanismo de Higgs . . . . .	18
<b>2. Simetrías, grupos y leyes de conservación</b>	<b>21</b>
2.1. Nociones elementales de teoría de grupos . . . . .	22
2.2. Representación de grupo . . . . .	22
2.3. Grupos de Lie . . . . .	22
2.4. Álgebras de Lie . . . . .	23
2.5. Teoría de representaciones . . . . .	23
2.6. El grupo SU(N) . . . . .	24
2.6.1. El grupo SU(2) . . . . .	24
2.6.2. SU(2) de isoespín . . . . .	25
2.6.3. El grupo SU(3) . . . . .	26
2.7. Teorema de Noether . . . . .	30
2.8. Singuletes, octetes y decupletes de hadrones . . . . .	32
<b>3. La Cromodinámica Cuántica (QCD)</b>	<b>37</b>
3.1. El lagrangiano de la QCD . . . . .	38
3.2. La expansión $1/N_c$ de la QCD . . . . .	39
3.3. Propiedades estáticas de bariones . . . . .	41
3.3.1. Masa de los bariones . . . . .	41
3.3.1.1. Masas con rotura de simetría SU(3) . . . . .	43
3.3.2. El acoplamiento axial . . . . .	44
3.3.3. Momento magnético de bariones . . . . .	44
3.4. La teoría de perturbaciones quirales . . . . .	45
3.5. La teoría de perturbaciones quirales para $N_c$ grande . . . . .	46
3.6. La simetría quiral . . . . .	46
3.7. La simetría quiral en el vacío . . . . .	50
<b>4. Decaimientos no leptónicos de hiperones</b>	<b>51</b>
4.1. Decaimientos no leptónicos de hiperones . . . . .	52
4.2. Amplitud de decaimiento de onda $s$ . . . . .	55
4.3. Correcciones a orden $m_q \ln(m_q)$ a las amplitudes de decaimiento de onda $s$ . . . . .	58
4.3.0.1. Cálculo de contracciones para $[A^{ia}, [A^{ib}, \{J^r, G^{re}\}]]$ . . . . .	63

<b>5. Conclusiones</b>	<b>73</b>
<b>A. Lagrangiano en teoría cuántica de campos</b>	<b>75</b>
<b>B. El Lagrangiano de la QED</b>	<b>77</b>
<b>C. Campos de Quark de Mano-Izquierda y Mano-Derecha</b>	<b>79</b>
<b>D. Reducciones de operadores bariónicos</b>	<b>83</b>
D.0.0.1. $[A^{ia}, [A^{ia}, T^c]]$ . . . . .	83
D.0.1. $d^{ab8}[A^{ia}, [A^{ib}, T^c]]$ . . . . .	84
D.0.2. $[A^{i8}, [A^{i8}, T^c]]$ . . . . .	85
<b>E. Funciones de onda espín-sabor de SU(6)</b>	<b>87</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>91</b>



# Índice de figuras

---

2.1. Hadrones en representaciones de $SU(3)$ : (a) y (b) octete, (c) singlete y (d) decuplete . . . . .	35
4.1. Diagramas de Feynman que producen correcciones a un loop a la onda $s$ . . . . .	58



# Índice de tablas

---

1.1. Interacciones fundamentales . . . . .	8
1.2. Propiedades de leptones . . . . .	13
1.3. Propiedades de los quarks . . . . .	13
1.4. Propiedades del octete y decuplete de bariones . . . . .	14
1.5. Mesones de espín cero. . . . .	15
3.1. Relaciones de conmutación $SU(2N_f)$ . . . . .	40
3.2. Identidades de operadores $SU(6)$ . . . . .	41
4.1. Valores experimentales para las amplitudes de onda $s$ y $p$ . . . . .	54



# Introducción a la física de partículas

---

Una de las cuestiones que desde algunos siglos antes de Cristo ha inquietado al ser humano es conocer el origen de la materia que forma nuestro universo y sus propiedades. El objetivo final de la física de partículas es entender y explicar los constituyentes elementales de la materia y sus interacciones. Es intentar responder a una de las grandes interrogantes que siempre se ha hecho la humanidad: ¿De qué están hechas las cosas?.

En este capítulo y el siguiente se intenta introducir los conceptos básicos en la física de partículas elementales. El material presentado está sustentado en el artículo de revisión [5] y en los libros de textos [6, 7, 8, 9, 10].

## 1.1. Antecedentes históricos

La primera teoría del objeto sin división surge en los siglos IV y V a.C., cuyos exponentes fueron Leucipo y Demócrito, quienes sin base experimental consideraban objetos idénticos e indivisibles a los cuales llamaron átomos. Posteriormente Dalton propone el concepto de peso atómico en el siglo XVIII y Mendelejev clasifica los elementos en la tabla periódica.

En 1897 Thomson, quien más tarde fue galardonado con el Premio Nobel de Física, descubre el electrón. Thomson sabía que los rayos catódicos emitidos por un filamento caliente se desviaban ante la presencia de un imán; la dirección de la curvatura sugería que su carga era negativa. Acertadamente concluyó que éstos no eran rayos sino corrientes de partículas y fue capaz de medir su relación carga/masa. Nombró a las partículas corpúsculos; más tarde se les denominó electrones. Correctamente postuló que los electrones eran constituyentes esenciales de los átomos e imaginó que el átomo se compone de éstos en un mar lleno de carga positiva.

## 1. INTRODUCCIÓN A LA FÍSICA DE PARTÍCULAS

---

A este modelo del átomo se le llamó el modelo de pudín de pasas. Posteriormente, en 1911, Rutherford mostró mediante un experimento de dispersión que la carga positiva y la mayoría de la masa se concentran en un núcleo en el centro del átomo.

En 1914 Bohr propuso un modelo del átomo de hidrógeno el cual consistía en un protón en el núcleo y un electrón girando alrededor de él en órbitas circulares, mantenidos en órbita por la atracción de sus cargas opuestas. Este modelo estaba en contradicción con el electromagnetismo clásico, el cual predecía que el electrón emitiría energía hasta finalmente colapsar en el núcleo. Bohr superó este problema proponiendo que esto no ocurría en ciertas órbitas permitidas cuyo momento angular fuera múltiplo de  $\hbar$ , lo que implicaba que la energía estaba cuantizada. Con esta atrevida suposición fue capaz de explicar el espectro del hidrógeno.

Más tarde, basado en el modelo atómico de Bohr y en la dualidad onda partícula propuesta por de Broglie, Schrödinger descubre la ecuación fundamental de la mecánica cuántica.

En 1935 Yukawa propuso exitosamente la primera teoría sobre la naturaleza de la fuerza nuclear. Dedujo que debía existir una partícula cuyo intercambio entre nucleones en el núcleo producía la fuerza nuclear. Debido a que su masa debía tener un valor entre la del electrón y la del protón se le llamó mesón, palabra que proviene del griego meso cuyo significado es medio.

En 1937 Anderson y sus colaboradores descubren una partícula con características similares al mesón de Yukawa. Estudios posteriores demostraron que ésta no portaba la fuerza fuerte. Hoy en día se le conoce como muón y sólo participa en interacciones débiles y electromagnéticas. El muón tiene carga eléctrica negativa, es inestable y se descompone en un tiempo de  $2.2 \times 10^{-6}$  s en un electrón y dos neutrinos.

Posteriormente Powell y Occhialini en el año 1947 descubren el pión, partícula que según Yukawa era la portadora de la fuerza fuerte. Esta partícula puede presentarse con tres cargas diferentes:  $\pi^+$ ,  $\pi^-$  y  $\pi^0$ . Las partículas  $\pi^+$  y  $\pi^-$  tienen una masa de  $139.6 \text{ MeV}/c^2$ , y la masa de  $\pi^0$  es de  $135.0 \text{ MeV}/c^2$ . La vida media de  $\pi^\pm$  es de  $2.6 \times 10^{-8}$  s, descomponiéndose principalmente en un muón (o antimuón) y un neutrino, mediante la interacción débil. El  $\pi^0$  se descompone en dos fotones en  $8.4 \times 10^{-17}$  s, por la interacción electromagnética. En la actualidad se acepta que la hipótesis de Yukawa, aunque correcta en muchos aspectos, tiene limitaciones y se conoce otra teoría más fundamental de las interacciones fuertes: la Cromodinámica Cuántica (QCD). En ella los mediadores ya no son los piones.

La mecánica cuántica no relativista se completó en el impresionante período de 1923-1926. Es interesante mencionar que antes de descubrir la ecuación fundamental de la mecánica cuántica no relativista, Schrödinger consideró el caso relativista y descubrió la ecuación hoy en día

conocida con el nombre de Klein-Gordon, la cual abandonó cuando falló para reproducir los niveles de energía para el átomo de hidrógeno. Más tarde se vería que esta ecuación describe correctamente a partículas relativistas con espín 0.

En 1927 Dirac descubre la ecuación que lleva su nombre, la cual a diferencia de la ecuación de Klein-Gordon toma en cuenta el espín. Esta ecuación, que sirve para describir partículas relativistas con espín 1/2, tenía la problemática característica de admitir, para cada solución de energía positiva, una correspondiente de energía negativa. Dirac trató de resolver esta dificultad proponiendo un modelo conocido como el mar de Dirac. Actualmente, las soluciones de energía negativa son interpretadas como estados de energía positiva de las llamadas antipartículas. Cada partícula tiene su correspondiente antipartícula. La antipartícula de una partícula cargada tiene la misma masa pero carga opuesta. Para las partículas no cargadas las antipartículas se definen en función de otras propiedades, tales como el espín. Como ejemplos podemos tomar al fotón y al neutrón. En el caso del fotón, él mismo es su antipartícula. El neutrón y el antineutrón se diferencian por un cambio de signo en el número bariónico.

El positrón fue descubierto en 1932 por el físico norteamericano Anderson, quien ganó el premio Nobel en 1936 por su descubrimiento. El antiprotón fue observado por primera vez en 1955 en el Bevatrón de la Universidad de Berkeley. El antineutrón fue descubierto por Cork el siguiente año.

La existencia del neutrino, partícula que originalmente se creía que no tenía masa, fue propuesta por Pauli en el año 1930 para justificar la conservación de la energía en el decaimiento beta. Esta partícula tenía que ser eléctricamente neutra para conservar la carga y para explicar el que no podía ser detectada. El término neutrino que significa “pequeños neutrones” fue inventado por Enrico Fermi. Los neutrinos son partículas estables, sienten la interacción débil y carecen de carga de color. Su masa es tan pequeña (por lo menos diez mil veces menor que la del electrón) que puede considerarse nula, por lo que se mueven a velocidades cercanas a las de la luz. En la teoría de Dirac, se describen por espinores de dos componentes, que corresponden a tener una helicidad (proyección del espín en la dirección del movimiento) bien definida. De hecho, los neutrinos que se observan en la naturaleza tienen helicidad negativa ( $s = \vec{J} \cdot \hat{p} = -1/2$ ), mientras que los antineutrinos tienen helicidad positiva.

A partir de 1947, con el descubrimiento del Kaón por Rochester y Butler mediante el estudio de los rayos cósmicos, y posteriormente con los aceleradores de partículas, se descubrieron una gran cantidad de partículas, las cuales fueron llamadas extrañas debido a que exhiben propiedades inusuales conforme se crean y decaen, por ejemplo, siempre se producen en pares.

## 1. INTRODUCCIÓN A LA FÍSICA DE PARTÍCULAS

---

Procesos donde ésto no ocurre no se observan, incluso si no se violan ningunas de las leyes de conservación conocidas. Su segunda propiedad importante es que a pesar de que se producen a una velocidad elevada decaen de manera muy lenta. Para explicar estas inusuales propiedades se introdujo el número cuántico S (extrañeza), junto con una ley de conservación, la cual dice que la suma de la extrañeza antes del proceso debe ser igual a la suma después del proceso. En los procesos débiles puede que no se conserve, lo cual explica la lentitud de los decaimientos de las partículas extrañas.

Los kaones  $K^+$ ,  $K^-$ ,  $K^0$  y  $\bar{K}^0$ , tienen una masa de  $493.7 \text{ MeV}/c^2$  para  $K^\pm$ , y de  $497.7 \text{ MeV}/c^2$  para  $K^0$  y  $\bar{K}^0$ .  $K^\pm$  se descomponen principalmente en muón y neutrino, o en dos piones, con un tiempo de vida de  $1.2 \times 10^{-8} \text{ s}$ , mientras que los kaones neutros decaen en dos o tres piones, con vidas medias de  $0.89 \times 10^{-10} \text{ s}$  y  $5.2 \times 10^{-8} \text{ s}$ . Estos decaimientos ocurren por interacción débil. Nótese que resultaba paradójico que los kaones que sienten la interacción fuerte, tal como se deduce de sus secciones eficaces, decaen en piones (que también sienten la interacción fuerte) mediante la interacción débil. Por ello, a los kaones se les consideró partículas "extrañas".

Con masas superiores a la del protón, se encontraron partículas llamadas hiperones. Entre estas partículas esta la  $\Lambda$ , de masa  $1115.7 \text{ MeV}/c^2$  y vida media  $2.6 \times 10^{-10} \text{ s}$ , que decae principalmente en nucleón (protón o neutrón) y pión, por interacción débil. Esta es también una partícula "extraña". La  $\Sigma^+$ , de masa  $1189.4 \text{ MeV}/c^2$  y vida media  $2.6 \times 10^{-10} \text{ s}$ , que decae principalmente en nucleón y pión, por interacción débil. La  $\Sigma^-$ , de masa  $1197.4 \text{ MeV}/c^2$  y vida media  $1.5 \times 10^{-10} \text{ s}$ , que decae principalmente en nucleón y pión, por interacción débil. La  $\Sigma^0$ , de masa  $1192.6 \text{ MeV}/c^2$  y vida media  $7.4 \times 10^{-20} \text{ s}$ , decae en  $\Lambda$  y fotón por interacción electromagnética. Las "cascadas"  $\Xi^0$ , de masa  $1314.9 \text{ MeV}/c^2$  y vida media  $2.90 \times 10^{-10} \text{ s}$  y  $\Xi^-$ , de masa  $1321.3 \text{ MeV}/c^2$  y vida media  $1.60 \times 10^{-10} \text{ s}$ , decae en  $\Lambda$  y pión, por interacción débil.

En 1964 Gell-Mann y Zweig propusieron de manera independiente un modelo para la estructura de los hadrones. Esta teoría es conocida como el modelo original del quark. Según este modelo los hadrones están formados por objetos aún más pequeños a los que Gell-Mann llamó quarks. En total existen seis tipos o sabores de quarks agrupados en tres familias: (u, d), (s, c) y (t, b), más sus correspondientes antiquarks con cargas opuestas. Cuando Gell-Mann y Zweig desarrollaron el modelo original del quark sólo consideraron tres tipos de quarks, a los que se les da el nombre de up, down y strange, designados por los símbolos u, d y s, respectivamente. Debido a que se encontraron algunas discrepancias entre sus predicciones y ciertas cantidades de decaimiento experimental, en 1967 varios físicos propusieron la existencia del quark charm

(c). Se argumentó que si existían 4 tipos de leptones (número de leptones descubiertos hasta entonces), debían existir 4 sabores de quarks. Más tarde, en 1974, se descubre la partícula  $J/\Psi$  que está formada por el quark  $c$  y su antiquark. El quark  $c$  se distingue de los demás por una propiedad llamada encanto. Esta propiedad introduce el número cuántico  $C$ . Los mismos argumentos de simetría que llevaron a la propuesta del quark  $c$  resultaron en la predicción de dos nuevos quarks, top ( $t$ ) y bottom ( $b$ ), tras el descubrimiento del leptón tau, en 1975. Posteriormente se confirmarían sus existencias, primero con el descubrimiento del mesón  $Y$  (formado por el quark  $b$  y su antiquark) y después, en 1995, con el descubrimiento del quark top en el Tevatrón del Fermilab.

Poco tiempo después de que la existencia de los quarks fuera propuesta se introdujo la noción de la carga de color para explicar la existencia de hadrones que violaban el principio de exclusión de Pauli. El color, que es en muchos aspectos similar a la carga eléctrica, sirve como número cuántico y puede ser de 6 tipos: rojo, verde, azul, antirrojo, antiverde y antiazul. Cuando un quark absorbe o emite un gluon puede cambiar de color, de tal forma que la carga de color total antes y después de la absorción o emisión es la misma. De forma semejante a la carga eléctrica, quarks con colores iguales se repelen, y aquellos con colores opuestos se atraen. Los quarks con colores diferentes también se atraen. Dos quarks de color opuesto forman un mesón y tres quarks de colores distintos forman un barión.

## 1.2. Introducción al Modelo Estándar

A mediados de los años 70 surge una teoría cuántica de campos que unifica nuestro entendimiento acerca de tres de las cuatro interacciones fundamentales: la electromagnética, débil y fuerte. Esta teoría, o más precisamente, esta colección de teorías relacionadas, que incorpora Electrodinámica Cuántica, teoría de procesos electrodébiles y Cromodinámica Cuántica, ha sido llamada Modelo Estándar. En este contexto el Modelo Estándar describe todos los fenómenos físicos a excepción de la gravedad.

De acuerdo con el Modelo Estándar las interacciones de la naturaleza se producen por el intercambio de bosones de norma. Existen 6 tipos de quarks y 6 tipos de leptones que interactúan mediante el intercambio de dichas partículas. Los bosones de norma para las interacciones electromagnéticas, débiles y fuertes tienen espín uno, mientras que en el caso de la gravedad se predice que se detectarse experimentalmente su partícula mediadora (el llamado gravitón)

## 1. INTRODUCCIÓN A LA FÍSICA DE PARTÍCULAS

---

tendría espín dos.

El número de bosones de norma que existen para un campo particular está dado por el número de generadores del campo. Para cada campo en particular los generadores provienen del grupo unitario que describe sus simetrías. En el Modelo Estándar todas las interacciones fundamentales se derivan del principio general de requerimiento de invariancia de norma local.

A pesar del éxito del Modelo Estándar en explicar resultados experimentales presenta ciertos defectos importantes. El primero de ellos, como se mencionó anteriormente, es que no incluye la fuerza gravitacional. Otro defecto es la gran cantidad de parámetros independientes, los cuales deben ser medidos experimentalmente y cuya presencia implica la necesidad de entender la naturaleza a un nivel más profundo, los cuales son:

- 3 masas de leptones cargados.
- 6 masas de quarks.
- 3 constantes de acoplamiento.
- 3 ángulos de mezcla y 1 fase compleja.
- La masa del bosón de Higgs y una constante de acoplamiento cuántica.
- El ángulo de vacío de la QCD.

El esquema de clasificación actual de partículas subatómicas propuesto por el Modelo Estándar es:

- Partículas elementales:
  - Quarks
  - Leptones
- Partículas compuestas:
  - Hadrones  $\left\{ \begin{array}{l} \text{mesones } (q\bar{q}) \\ \text{bariones } (qqq) \end{array} \right.$
- Partículas mediadoras de las fuerzas.

## 1.3. Interacciones fundamentales en la naturaleza

Para comprender las propiedades de las partículas elementales, es necesario poder describir las interacciones entre ellas.

Las partículas en la naturaleza están sometidas a cuatro interacciones fundamentales, éstas son, en orden creciente, la gravitacional, la débil, la electromagnética y la fuerte.

Las interacciones entre partículas elementales son descritas en función del intercambio de otras partículas llamadas mediadoras. La emisión de una partícula mediadora por una partícula y su absorción por otra se manifiesta como una fuerza entre ambas. En general, el alcance de la interacción está asociada con la masa de la partícula intercambiada.

### 1.3.1. Interacción electromagnética

La electrodinámica cuántica (QED, por sus siglas en inglés) es la teoría cuántica de campos del campo electromagnético; su grupo de simetría es la transformación unitaria llamada  $U(1)$ . Debido a que sólo tiene un generador la fuerza es mediada por una sola partícula con masa y carga nulas llamada fotón que denotamos por  $\gamma$ . El fotón es una partícula de espín 1 que tiene sólo dos estados de polarización.

### 1.3.2. Interacción débil

Es una fuerza de corto alcance (actúa solamente a distancias del orden de 1 fm) que tiende a producir inestabilidad en ciertos núcleos. Es la responsable de los procesos de desintegración y sólo supera en intensidad a la gravedad.

La fuerza débil es la que gobierna la física de la radiactividad, los neutrinos y las supernovas. El efecto más familiar es el decaimiento beta de los núcleos: en un núcleo, en el que haya suficiente energía, un neutrón se convierte en un protón y despiden un electrón y un antineutrino.

El grupo de norma de la interacción débil es el  $SU(2)$  el cual tiene tres generadores. Los mediadores de esta interacción son las partículas  $W^+$ ,  $W^-$  y  $Z^0$ , las cuales tienen espín 1.

- $W^+$  tiene una masa de  $80 \text{ GeV}/c^2$  y porta una carga eléctrica de +1.
- $W^-$  tiene una masa de  $80 \text{ GeV}/c^2$  y porta una carga eléctrica de -1.
- $Z^0$  tiene una masa de  $91 \text{ GeV}/c^2$  y es eléctricamente neutra.

## 1. INTRODUCCIÓN A LA FÍSICA DE PARTÍCULAS

---

	Gravitacional	Débil	Electromagnética	Fuerte
Partícula mediadora	Gravitón	$W^+, W^-, Z^0$	Fotón	Gluón
Actúa sobre	Todas	Quarks, Leptones	Quarks, Leptones, $W^+, W^-$	Quarks, Gluones

**Tabla 1.1:** Interacciones fundamentales.

### 1.3.3. Interacción fuerte

La interacción fuerte, que es la responsable de mantener a los quarks unidos para formar hadrones, es descrita por la Cromodinámica Cuántica (QCD). La QCD es una teoría renormalizable e invariante bajo el grupo de simetría SU(3) el cual tiene 8 generadores. Los bosones de norma correspondientes a estos generadores son los llamados gluones. Los gluones carecen de masa y carga eléctrica pero sí poseen carga de color por lo que interaccionan entre ellos a diferencia de los fotones cuya carga eléctrica es cero.

### 1.3.4. Unificación de fuerzas

Evidencia encontrada en documentos de la antigua China sugiere que el magnetismo había sido observado desde el año 2000 a.C. Los antiguos griegos observaron fenómenos eléctricos y magnéticos desde el año 700 a.C; pero no fue sino hasta principios del siglo XIX que los científicos llegaron a la conclusión de que la electricidad y el magnetismo son fenómenos relacionados. En el siglo XX se intentó generalizar esta unificación para incluir otras fuerzas.

En 1979, Glashow, Salam y Weinberg ganaron el premio Nobel de Física por el desarrollo de la teoría que unifica las interacciones electromagnéticas y débiles. Esta teoría electrodébil postula que las interacciones débiles y electromagnéticas tienen la misma intensidad cuando las partículas involucradas tienen energías muy elevadas. Las dos interacciones son vistas como diferentes manifestaciones de una sola interacción electrodébil unificadora. Esta teoría predice las masas de las partículas  $W$  y  $Z$  de casi  $80 \text{ GeV}/c^2$  y  $91 \text{ GeV}/c^2$ , respectivamente.

La combinación de la teoría electrodébil y la QCD se conoce como Modelo Estándar; se ha pretendido ir más allá de él y unificar en una sola fuerza la interacción fuerte con la electrodébil. Son muchas las teorías que se han propuesto, pero hasta el momento no se ha demostrado que alguna sea la correcta.

Por el momento no existe una teoría cuántica de la gravedad, sin embargo, los científicos tienen la esperanza de incorporar esta fuerza a la teoría unificadora.

### 1.3.5. El Mecanismo de Higgs

Tal como está formulado el Modelo Estándar de la física de partículas, las masas de todas las partículas son cero. Un campo extra llamado el *Campo de Higgs* tiene que ser introducido para darle masa a las partículas. El cuanto del Campo de Higgs es una partícula de espín cero llamado el bosón de Higgs. El bosón de Higgs es eléctricamente neutro.

Las partículas elementales adquieren su masa mediante su interacción con el campo de Higgs. Matemáticamente introducimos la masa en una teoría al añadir términos de interacción en el Lagrangiano que acopla el campo de la partícula en cuestión con el campo de Higgs. Normalmente, el estado de energía más bajo de un campo tendría un valor esperado igual a cero. Por rotura de simetría, introducimos un estado de energía más bajo distinto de cero del campo. Este procedimiento conduce a la adquisición de masa por las partículas en la teoría.

Cualitativamente, es posible pensar en el campo de Higgs al imaginar las diferencias entre estar en tierra y estar completamente sumergido en agua. En tierra firme se puede mover el brazo arriba y abajo sin ningún problema. Debajo del agua, mover el brazo arriba y abajo es más difícil debido a que el agua está resistiendo el movimiento. Podemos imaginar el movimiento de partículas elementales siendo resistido por el campo de Higgs, con cada partícula interactuando con el campo de Higgs a una intensidad diferente. Si el acoplamiento entre el campo de Higgs y la partícula es fuerte, entonces la masa de la partícula es grande. Si es débil, entonces la partícula tiene una masa más pequeña. Una partícula como el fotón con masa en reposo igual a cero no interactúa con el campo de Higgs en absoluto. Si el campo de Higgs no existiese en absoluto, entonces todas las partículas no tendrían masa.

### 1.3.6. Supersimetría

Existe otro esquema de unificación más allá de lo abordado por las TGU (teorías de gran unificación). En la física de partículas, hay dos tipos básicos de partículas. Estas incluyen a las partículas de materia de espín  $1/2$  (fermiones) y las partículas portadoras de fuerza de espín  $1$  (bosones). En la mecánica cuántica elemental sin lugar a dudas se aprende que los bosones y fermiones obedecen estadísticas diferentes. Si bien el principio de exclusión de Pauli impide que dos fermiones habiten en el mismo estado, no existe tal limitación para los bosones. Uno podría preguntarse por qué hay estos dos tipos de partículas. En la supersimetría, se intenta aplicar el razonamiento de Maxwell y proponer que existe una simetría entre bosones y fermiones. Para

cada fermión, la supersimetría propone que hay un bosón con la misma masa, y viceversa. Las compañeras de las partículas conocidas se llaman super compañeras. Desafortunadamente, en este momento no hay evidencia de que este sea el caso. El hecho de que las supercompañeras no tengan la misma masa indica que la simetría de la teoría está rota, en cuyo caso las masas de las super compañeras son mucho más grandes de lo esperado, o bien que la teoría no es correcta en absoluto y la supersimetría no existe.

### 1.3.7. Teoría de cuerdas

El último paso adelante para la teoría de campos cuánticos es una teoría unificada conocida como teoría de cuerdas. Esta teoría se propuso originalmente como una teoría de la interacción fuerte, pero cayó en desuso cuando se desarrolló la cromodinámica cuántica. La idea básica de la teoría de cuerdas es que los objetos fundamentales del universo no son partículas elementales puntuales, sino objetos extendidos en una dimensión llamados cuerdas. Las excitaciones de la cuerda dan las diferentes partículas que vemos en el universo. La teoría de cuerdas es popular porque parece ser una teoría completamente unificada. La teoría cuántica de campos unifica la mecánica cuántica y la relatividad especial, y como resultado es capaz de describir las interacciones que involucran tres de las cuatro fuerzas conocidas. La gravedad, la cuarta fuerza, se deja de lado. En la actualidad, la gravedad se describe mejor mediante la teoría de la relatividad general de Einstein, una teoría clásica que no toma en cuenta la mecánica cuántica. Los esfuerzos para llevar la teoría cuántica al reino gravitacional o viceversa se han encontrado con alguna dificultad. Una razón es que las interacciones en un punto hacen que la teoría "diverja", en otras palabras, se obtienen cálculos con resultados infinitos. Al proponer que los objetos fundamentales de la teoría son cuerdas en lugar de partículas puntuales, las interacciones se extienden y las divergencias asociadas con las interacciones gravitacionales desaparecen. Además, un estado de espín 2 de la cuerda surge de manera natural en la teoría de cuerdas. Se sabe que el cuanto del campo gravitacional, de existir, sería una partícula de espín 2 sin masa. Dado que esto surge de forma natural en la teoría de cuerdas, mucha gente cree que es un candidato fuerte para una teoría unificada de todas las interacciones.

### 1.3.8. El alcance de una interacción

Usando argumentos simples y basados en el principio de incertidumbre podemos estimar el alcance de la interacción que está determinado principalmente por la masa del bosón mediador. La cantidad de energía necesaria para el intercambio de una partícula mediadora de fuerza se encuentra usando la relación de Einstein para la masa en reposo como

$$E \approx mc^2, \quad (1.1)$$

mientras que para determinar cuánto tiempo puede existir la partícula usaremos el principio de incertidumbre como sigue

$$\Delta t \approx \frac{\hbar}{\Delta E} = \frac{\hbar}{mc^2}. \quad (1.2)$$

La teoría especial de la relatividad nos dice que nada puede viajar más rápido que la luz. Así que, podemos usar la velocidad de la luz como cota superior para la velocidad de la partícula mediadora y estimar el alcance ( $\Delta x$ ) al que viaja al tiempo  $\Delta t$ , esto es

$$\Delta x = c\Delta t = \frac{c\hbar}{mc^2} = \frac{\hbar}{mc}. \quad (1.3)$$

De esta relación se puede ver que si  $m \rightarrow 0$ ,  $\Delta x \rightarrow \infty$  y el alcance de la fuerza electromagnética es infinito. Por otra parte, debido a que los bosones de norma de la fuerza débil tienen masas grandes, la fuerza débil es de corto alcance. Sustituyendo la masa de  $W$  como  $80 \text{ GeV}/c^2$  obtenemos que su alcance es

$$\Delta x \approx 10^{-3} \text{ fm}. \quad (1.4)$$

Esto explica porque la fuerza débil está confinada a muy cortas distancias, de poco más que el núcleo atómico, y porque es muy débil en comparación con la interacción nuclear fuerte que mantiene unidos protones y neutrones. Este argumento no se aplica a los gluones (que no tienen masa) porque la interacción fuerte es más complicada e implica un concepto conocido como confinamiento, del que hablaremos con más detalle en el capítulo 3.

### 1.4. Partículas elementales

Las partículas elementales son aquellas que no están constituidas por otras más pequeñas y no se conoce que tengan estructura interna, es decir, son los constituyentes elementales de la materia. Las partículas que forman la materia tienen espín  $1/2$  e interactúan mediante la interacción gravitacional y se dividen en dos grupos, leptones y quarks.

Las partículas elementales vienen en tres generaciones:

- La primera generación incluye al electrón, neutrino electrónico, quark up, quark down y las antipartículas correspondientes.
- La segunda generación incluye al muón, neutrino muónico, quark strange y quark charm, junto con las antipartículas correspondientes.
- La tercera generación incluye al tauón, neutrino tauónico, quark top y quark bottom, junto con las antipartículas correspondientes.

### 1.5. Leptones

Los leptones interactúan por medio de la interacción electromagnética y débil pero no mediante la fuerte. Contrario a los hadrones cuyo espectro está formado por cientos de partículas, el número conocido de leptones es reducido. Existen seis leptones y vienen clasificados en tres familias:  $(e, \nu_e)$ ,  $(\mu, \nu_\mu)$  y  $(\tau, \nu_\tau)$ , más sus correspondientes antipartículas. Los leptones  $\mu$  y  $\tau$  tienen la misma carga que el electrón mientras que los neutrinos  $\nu_e$ ,  $\nu_\mu$  y  $\nu_\tau$  son eléctricamente neutros.

### 1.6. Quarks

Los quarks son partículas con espín  $1/2$ , por lo que son fermiones. Su carga eléctrica es una fracción de la carga eléctrica del electrón y son las únicas partículas que interactúan mediante las cuatro interacciones fundamentales.

Leptones		
Sabor	Masa ( $\text{GeV}/c^2$ )	Carga
$\nu_e$	$< 0.8 \times 10^{-8}$	0
$e$	$5.110 \times 10^{-4}$	-1
$\nu_\mu$	$< 2.7 \times 10^{-4}$	0
$\mu$	0.1057	-1
$\nu_\tau$	$< 0.035$	0
$\tau$	1.777	-1

**Tabla 1.2:** Propiedades de leptones

Quarks							
Sabor	Masa ( $\text{GeV}/c^2$ )	Carga	$I_3$	$S$	$C$	$B$	$T$
$u$	0.003 $\rightarrow$ 0.007	2/3	1/2	0	0	0	0
$d$	0.007 $\rightarrow$ 0.015	-1/3	-1/2	0	0	0	0
$c$	1.3 $\rightarrow$ 1.7	2/3	0	0	1	0	0
$s$	0.15 $\rightarrow$ 0.3	-1/3	0	-1	0	0	0
$t$	$> 113$	2/3	0	0	0	0	1
$b$	4.8 $\rightarrow$ 5.2	-1/3	0	0	0	-1	0

**Tabla 1.3:** Propiedades de los quarks

Por interactuar mediante la interacción fuerte los quarks portan carga de color que puede ser roja, verde o azul; y un antiquark puede tener tres “anticolores”, “antirrojo”, “antiverde” y “antiazul”. Los quarks forman hadrones y mesones neutros de color.

Si bien los quarks son los constituyentes fundamentales de la materia, nunca se han detectado en estado libre. Sólo se pueden observar combinaciones de quarks y de acuerdo con la simetría  $SU(3)$ , son estados neutros de color. Debido a esto resulta complicado definir de forma precisa su masa. Los valores de la Tabla 1.3 nos dan una visión del espectro de masas de quarks, denominadas masas corrientes.

Es interesante notar que las masas de los quarks más ligeros  $u$ ,  $d$  y  $s$  son mucho menores que las de los otros tres. Por lo tanto, tiene sentido, como primera aproximación, tomar su masa igual a cero. El éxito de la teoría de perturbaciones quirales, de la que hablaremos más adelante, descansa en este hecho. Otra aproximación que se suele hacer es considerar la masa de los tres quarks ligeros iguales entre sí. Una mejora a esta aproximación es considerar tan sólo iguales las masas de los quarks  $u$  y  $d$ , aproximación que da lugar a la simetría de isospín.

## 1. INTRODUCCIÓN A LA FÍSICA DE PARTÍCULAS

---

Símbolo	Quarks	Carga	Masa (MeV/ $c^2$ )	Espín
$n$	$udd$	0	$939.565379 \pm 0.000021$	1/2
$p$	$uud$	1	$938.272046 \pm 0.000021$	1/2
$\Sigma^-$	$dds$	-1	$1197.449 \pm 0.030$	1/2
$\Sigma^0$	$uds$	0	$1192.642 \pm 0.024$	1/2
$\Sigma^+$	$uus$	1	$1189.37 \pm 0.07$	1/2
$\Xi^-$	$dss$	-1	$1321.71 \pm 0.07$	1/2
$\Xi^0$	$uss$	0	$1314.86 \pm 0.20$	1/2
$\Lambda$	$uds$	0	$1115.683 \pm 0.006$	1/2
$\Delta^{++}$	$uuu$	2	1232	3/2
$\Delta^+$	$uud$	1	1232	3/2
$\Delta^0$	$udd$	0	1232	3/2
$\Delta^-$	$ddd$	-1	1232	3/2
$\Sigma^{*+}$	$uus$	1	1381	3/2
$\Sigma^{*0}$	$uds$	0	1381	3/2
$\Sigma^{*-}$	$dds$	-1	1381	3/2
$\Xi^{*0}$	$uss$	0	1532	3/2
$\Xi^{*-}$	$dss$	-1	1532	3/2
$\Omega^-$	$sss$	-1	$1672.45 \pm 0.29$	3/2

**Tabla 1.4:** Propiedades del octete y decuplete de bariones

Los quarks tienen un peculiar comportamiento a altas energías denominado libertad asintótica. Cuando los quarks están muy próximos entre sí, disminuye la interacción entre ellos y se comportan como si estuvieran casi libres.

### 1.7. Hadrones

Los hadrones son sistemas de quarks ligados mediante la interacción fuerte, por ser partículas compuestas poseen tamaño, el cual es de aproximadamente 1 fm ( $10^{-15}$  m), y se pueden clasificar de acuerdo a su composición en mesones y bariones.

Los mesones son estados compuestos por un quark y un antiquark. Tienen masas entre la del electrón y la del fotón y espín entero, por lo que son bosones. Se sabe que todos los mesones se desintegran finalmente en electrones, positrones, neutrinos y fotones.

La segunda clase de hadrones, los bariones, están formados por tres quarks, tienen masas iguales o mayores a la del protón y son fermiones (partículas con espín semientero). Los bario-

Símbolo	Quarks	Carga	Masa (MeV/c <sup>2</sup> )
$K^0$	$d\bar{s}$	0	$497.611 \pm 0.013$
$K^+$	$u\bar{s}$	+1	$493.677 \pm 0.016$
$K^-$	$\bar{u}s$	-1	$493.677 \pm 0.016$
$\bar{K}^0$	$\bar{d}s$	0	$497.611 \pm 0.013$
$\pi^0$	$\frac{u\bar{u}-d\bar{d}}{\sqrt{2}}$	0	$134.9770 \pm 0.0005$
$\pi^+$	$u\bar{d}$	+1	$139.57061 \pm 0.00024$
$\pi^-$	$d\bar{u}$	-1	$139.57061 \pm 0.00024$
$\eta$	$c_1(u\bar{u} + d\bar{d}) + c_2(s\bar{s})$	0	$547.862 \pm 0.017$
$\eta'$	$c'_1(u\bar{u} + d\bar{d}) + c'_2(s\bar{s})$	0	$957.78 \pm 0.06$

Tabla 1.5: Mesones de espín cero

nes más representativos son el neutrón y el protón.

## 1.8. Propiedades de las partículas elementales

### 1.8.1. Conservación de números cuánticos

Las partículas elementales siguen algunas leyes de conservación empíricas las cuales a pesar de carecer de fundamento teórico están sustentadas por abundante evidencia experimental. Estas leyes son importantes en el estudio de partículas elementales ya que nos permiten saber si una reacción es posible o no. A las partículas elementales se les asignan los números cuánticos siguientes: número bariónico, número leptónico y extrañeza, los cuales tienen asociada una ley de conservación, la cual nos dice que la suma de alguno de ellos antes de una reacción o desintegración debe ser igual a la suma después del proceso.

El número bariónico surge para justificar el hecho de que el protón es estable y que otras partículas decaen al protón. Se asigna  $B = +1$  a todos los bariones,  $B = -1$  a todos los antibariones y  $B = 0$  al resto de las partículas.

Con base en observaciones de procesos que ocurren por interacción débil se llega a las leyes de conservación que implican los números leptónicos. Existe un número leptónico para cada variedad de leptón, éstos son:

- Número leptónico electrónico ( $L_e$ ): Es 1 para  $e^-$  y  $\nu_e$ ,  $-1$  para  $e^+$  y  $\bar{\nu}_e$  y 0 para el resto de las partículas.

## 1. INTRODUCCIÓN A LA FÍSICA DE PARTÍCULAS

---

- Número leptónico muónico ( $L_\mu$ ): Es 1 para  $\mu^-$  y  $\nu_\mu$ ,  $-1$  para  $\mu^+$  y  $\bar{\nu}_\mu$  y 0 para el resto de las partículas.
- Número leptónico tauónico ( $L_\tau$ ): Es 1 para  $\tau^-$  y  $\nu_\tau$ ,  $-1$  para  $\tau^+$  y  $\bar{\nu}_\tau$  y 0 para el resto de las partículas.

Con los números leptónicos se justifican los procesos donde al crearse un electrón, muón o tau se crea su antineutrino correspondiente. Un ejemplo de este tipo de procesos es la desintegración  $\beta$

$$n \rightarrow p^+ + e^- + \bar{\nu}_e. \quad (1.5)$$

Por otro lado también ocurren procesos donde al desaparecer un electrón, muón o tau, aparece el neutrino correspondiente.

La extrañeza  $S$  vale cero para los hadrones “normales” ( $p, n, \pi$ ),  $S = 1$  para los kaones  $K^0, K^+$ ,  $S = -1$  para  $\bar{K}^0, K^-$ ,  $\Lambda, \Sigma^+, \Sigma^-, \Sigma^0$ , y  $S = -2$  para las cascadas  $\Xi^0, \Xi^-$ . Para sus correspondientes antipartículas la extrañeza es de signo opuesto.

### 1.8.2. Isoespín

El isoespín es un número cuántico que se introduce del hecho de que los hadrones aparecen en grupos de partículas llamados multipletes, con masas muy parecidas y con propiedades muy similares (mismo espín, paridad, número bariónico, extrañeza), excepto que tienen carga eléctrica que varía de uno en uno.

Para la descripción del isoespín se definen tres operadores,  $I_+, I_-, I_3$ , que cumplen las reglas de conmutación de un momento angular.  $I_3$  está relacionado con la carga eléctrica y puede escribirse como  $I_3 = -Y/2 + Q/e$ , donde  $Y$  es una constante para cada multiplete llamada hipercarga. Gell-Mann y Nishijima encontraron empíricamente que la hipercarga estaba relacionada con la extrañeza y el número bariónico a través de la relación  $Y = B + S$ .

Las partículas de un multiplete son estados propios de  $I_z$ . Así, para los nucleones,  $Y = 1$ ,  $I_3|p\rangle = 1/2|p\rangle$  y  $I_3|n\rangle = -1/2|n\rangle$ . Para los piones,  $Y = 0$ ,  $I_3|\pi^+\rangle = +|\pi^+\rangle$ ,  $I_3|\pi^0\rangle = 0|\pi^0\rangle$ ,  $I_3|\pi^-\rangle = -|\pi^-\rangle$ .  $I_+$  actuando sobre una partícula, la convierte en otra de carga superior perteneciente al multiplete:  $I_+|n\rangle = |p\rangle$ ,  $I_+|p\rangle = 0$ .  $I_-$  disminuye la carga de la partícula. Por analogía con el momento angular, todas las partículas del multiplete son estados propios del operador  $I^2 = 1/2(I_+I_- + I_-I_+) + I_3^2$  correspondientes a un valor propio  $I(I + 1)$ .  $I$ , que es

el isoespín del multiplete, está relacionado con el número de partículas en el multiplete, que es  $2I + 1$ .

La introducción del isoespín permite considerar que las partículas de un multiplete son, a todos los efectos, partículas idénticas, que, además de venir caracterizadas por su función de onda orbital y su función de onda de espín, tienen una función de onda de isoespín. Así, el protón es un estado del nucleón tal que su función de onda de isoespín es autoestado del operador  $I_3$  correspondiente al valor propio  $I_3 = 1/2$  y el neutrón es un estado del nucleón cuyo valor propio es  $I_3 = -1/2$ .

Como las partículas de un multiplete tienen masas parecidas, se considera que, del hamiltoniano total que describe las partículas,  $H = H_f + H_{em} + H_d$ ,  $[H_f, I] = 0$ , indicando que la interacción fuerte conmuta con todas las componentes del isoespín. Por otro lado, las diferencias de masas entre las partículas de un multiplete son del orden de MeV, lo cual indica que la interacción electromagnética no conmuta con los operadores  $I_{\pm}$ . Sin embargo, sí conmuta con  $I_3$ , ya que conserva la carga eléctrica, el número bariónico y la extrañeza. La interacción débil no conserva ninguna de las componentes del isoespín.

En general, si sólo existiera la interacción fuerte, los hadrones de un mismo multiplete tendrían exactamente la misma masa y corresponderían a estados propios degenerados del hamiltoniano. La interacción electromagnética rompe esta degeneración, desdoblado las masas del multiplete en función del valor de  $I_3$ . La interacción débil tiene un efecto mínimo sobre las masas, siendo responsable de los decaimientos.

## 1.9. Rotura de simetría

El teorema de Noether relaciona leyes de conservación con simetrías en el lagrangiano. En teoría cuántica de campos, estas simetrías toman la forma de una invariancia bajo una transformación unitaria. Por ejemplo, una simetría U(1) significa que el lagrangiano  $\mathcal{L}(\varphi, \partial_{\mu}\varphi)$  es invariante bajo una transformación de la forma

$$\varphi(x) \rightarrow \varphi'(x) = e^{-i\theta}\varphi(x). \quad (1.6)$$

Cuando  $\theta$  no depende de la coordenada espacio-temporal  $x$ , decimos que 1.6 es una simetría global. En teoría cuántica de campos las simetrías globales representan algo que no puede ser medido, por ejemplo la fase de una función de onda en mecánica cuántica. Por otra parte, si

$\theta$  depende de la coordenada espacio-temporal, es decir,  $\theta = \theta(x)$ , entonces 1.6 depende de donde estás y representa una simetría local. Las simetrías locales son muy importantes en física relativista porque representan el hecho de que las cantidades conservadas como la carga y el número leptónico son conservadas localmente.

En muchos casos, un sistema que tiene alguna simetría que existe en el lagrangiano, puede tener un estado base (estado vacío) que no satisface la misma simetría. En este caso decimos que el sistema ha sufrido una rotura espontánea de simetría.

### 1.9.1. Mecanismo de Nambu-Goldstone

La rotura espontánea de la simetría de un lagrangiano dado puede resultar en la aparición de más de una partícula. Cuando una partícula sin masa de espín cero aparece en la teoría debido a una rotura de simetría es llamada bosón de Goldstone. Este mecanismo se aplica al caso de una rotura de simetría gauge global. Si  $\mathcal{L}$  es invariante bajo una cierta simetría, pero el estado del vacío no, entonces se dice que el sistema tiene una "simetría en modo Goldstone". El número de bosones de Goldstone es determinado por la estructura del grupo de simetría. Si  $G$  denota el grupo de simetría del lagrangiano con  $n_G$  generadores, y  $H$  es un subgrupo con  $n_H$  generadores que deja el estado base invariante después de la rotura espontánea de simetría. Por cada generador que no aniquila el estado de vacío se obtiene un bosón de Goldstone sin masa. El número total de bosones de Goldstone es igual a  $n_G - n_H$ .

### 1.9.2. Mecanismo de Higgs

El mecanismo que involucra una rotura espontánea de simetría considerando un campo de norma y el requerimiento de invariancia local  $U(1)$  es conocido como mecanismo de Higgs, llamado así por Peter Higgs quien descubrió el efecto en 1964.

La rotura espontánea de simetría es un proceso que permite la aparición de partículas masivas en el lagrangiano. El procedimiento funciona considerando un lagrangiano con algún estado de vacío. El sistema es entonces reconsiderado por el rompimiento de simetría, permitiéndonos un nuevo estado de vacío. La invarianza de norma permite la aparición de nuevas partículas. Cuando combinamos una teoría escalar compleja con un campo de norma no masivo, rompiendo la simetría forzando a que el campo sea una fluctuación real alrededor del vacío no roto llevando a la aparición de un campo escalar masivo llamado campo de Higgs, y el campo de

norma adquiere masa. El campo de Higgs y el campo de norma están acoplados a través de la interacción del lagrangiano. Este mecanismo es responsable de las masas de los bosones W y Z.



## Simetrías, grupos y leyes de conservación

---

Las leyes de conservación en física pueden ser atribuidas a principios de simetría. La invariancia del sistema físico bajo ciertas transformaciones de simetría implica un conjunto apropiado de leyes de conservación. Nuestro objetivo en física de partículas es descubrir las simetrías fundamentales de nuestro universo. En física clásica tenemos ejemplos familiares:

Tipo de invariancia	Cantidad conservada
Traslacional en el tiempo ( $t \rightarrow t + a$ )	Energía $dE/dt = 0$
Traslacional en el espacio ( $r_i \rightarrow r_i + b_i$ )	Momento $dp^i/dt = 0$
Rotacional ( $r_i \rightarrow R_{ij}r_j$ , con $RR^T$ )	Momento angular $dJ^i/dt = 0$

Una simetría surge en la naturaleza cada vez que un cambio en las variables del sistema deja a la “física esencial” sin cambio. La rama de las matemáticas llamada teoría de grupos juega un importante rol en la física. Esto es debido a que la teoría de grupos está relacionada con la simetría. Por ejemplo, un importante grupo en la física es el grupo de rotaciones, el cual está relacionado con el hecho de que las leyes de la física no cambian si se rota el sistema de referencia. En general lo que buscamos es un conjunto de ecuaciones, o leyes físicas, que mantengan la misma forma matemática bajo ciertas transformaciones.

A continuación se da una breve introducción de teoría de grupos y álgebras de Lie. En especial se mencionan las principales características de los grupos SU(2) y SU(3) que serán de gran importancia en el desarrollo de este trabajo.

## 2.1. Nociones elementales de teoría de grupos

Un **grupo**  $G$  es un conjunto, junto con una regla (denominada ley de composición) que a cada pareja de elementos  $f, g$  en  $G$  le asocia un elemento denotado con  $fg$  en  $G$ , que tiene las siguientes propiedades:

1. Para todo  $f, g, h \in G$ ,  $f(gh) = (fg)h$ .
2. Existe un elemento identidad,  $e$ , tal que para toda  $f \in G$ ,  $ef = fe = f$ .
3. Todo elemento  $f \in G$  tiene un inverso,  $f^{-1}$  tal que  $ff^{-1} = f^{-1}f = e$ .

Cuando un grupo satisface la propiedad adicional,  $fg = gf$ , para todo  $f, g \in G$ , se dice que  $G$  es un grupo **conmutativo** o **abeliano**.

Un grupo que consta de un elemento se conoce como **grupo trivial**. Un grupo, en general, puede tener infinidad de elementos o bien sólo un número finito. Si  $G$  tiene sólo un número finito de elementos, entonces  $G$  se conoce como un **grupo finito** y el número de elementos en  $G$  se conoce como su **orden**.

## 2.2. Representación de grupo

La representación de  $G$  es un mapeo,  $D$  de los elementos de  $G$  en un conjunto de operadores lineales con las siguientes propiedades:

1.  $D(e) = 1$ , donde 1 es el operador identidad en el espacio en el que actúan los operadores lineales.
2.  $D(g_1)D(g_2) = D(g_1g_2)$  para todo par de elementos  $g_1, g_2 \in G$ .

## 2.3. Grupos de Lie

Un grupo de Lie es un grupo  $G$  de elementos caracterizados por depender de un parámetro continuo  $\alpha$ . Por convención, tomamos  $g(0) = \mathbb{1}$ .

## 2.4. Álgebras de Lie

Un álgebra de Lie,  $L$ , es un espacio vectorial, sobre los reales,  $\mathbb{R}$ , o los complejos,  $\mathbb{C}$ ; tal que tenemos definido un producto interno, que llamamos **paréntesis de Lie**, y que debe cumplir las siguientes propiedades:

$$[\alpha A + \beta B, C] = \alpha[A, C] + \beta[B, C], \quad (2.1)$$

$$[A, B] = -[B, A] \quad (2.2)$$

$$[A, [B, C]] + [C, [A, B]] + [B, [C, A]] = 0 \quad (2.3)$$

Para las álgebras que admiten representación matricial, el paréntesis de Lie suele coincidir con el conmutador, que satisface las mismas propiedades.

Dado que el álgebra de Lie es un espacio vectorial, pueden hallarse infinitas bases diferentes. La base más conveniente es la que se obtiene por derivación a partir de los elementos del grupo,

$$T_i = \left. \frac{\partial U(\alpha)}{\partial \alpha_i} \right|_{\alpha_i=0}, \quad (2.4)$$

donde las matrices  $T_i$  son los generadores del grupo, y forman una base completa. Por este motivo, podemos descomponer el paréntesis de Lie en esta base,

$$[T_i, T_j] = C_{ij}^k T_k, \quad (2.5)$$

donde  $C_{ij}^k$  son las constantes de estructura del grupo.

## 2.5. Teoría de representaciones

A menudo los diferentes grupos de Lie se definen pensando en un determinado tipo de matrices, que cumplen ciertas condiciones; por ejemplo, el grupo  $SU(3)$  se define pensando en matrices  $3 \times 3$  unitarias y determinante unidad. Sin embargo, una vez caracterizado el grupo y conocidas sus relaciones de conmutación, tiene sentido preguntarse si existen otro tipo de

matrices,  $T^a$ , quizá de otra dimensión, que satisfaga la misma álgebra de Lie,

$$[T^a, T^b] = if^{abc}T^c, \quad (2.6)$$

es decir, nos preguntamos si existen más representaciones, además de la que se utiliza para dar nombre al grupo, que llamaremos representación fundamental.

Diremos que dos representaciones,  $T^a$  y  $\Theta^a$ , son equivalentes si están relacionadas por una relación de semejanza, es decir, si existe una matriz  $\xi$  tal que

$$\xi(\Theta^a)\xi^{-1} = T^a, \quad \forall a. \quad (2.7)$$

Dada una representación,  $T^a$ , podemos definir otra nueva representación, su compleja conjugada,  $-T^{*a}$ , tal que

$$[T^{*a}, T^{*b}] = -if^{abc}T^{*c}. \quad (2.8)$$

Por último, diremos que una representación,  $T^a$ , es real si es equivalente a su compleja conjugada,  $-T^{*a}$ .

## 2.6. El grupo SU(N)

El grupo SU(N) es un grupo respecto de la multiplicación matricial y está formado por todas las matrices  $N \times N$  unitarias con determinante unidad. En la teoría de partículas elementales, el grupo SU(N) es el más utilizado. A continuación realizaremos un pequeño repaso sobre los grupos SU(2) y SU(3).

### 2.6.1. El grupo SU(2)

El conjunto de matrices unitarias de  $2 \times 2$  con determinante 1 forman el grupo SU(2). En la representación de dimensionalidad más baja ( $j = \frac{1}{2}$ ) del grupo de rotaciones los generadores se eligen como

$$J_i = \frac{1}{2}\sigma_i, \quad i = 1, 2, 3$$

donde  $\sigma_i$  son las matrices de Pauli

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Como estados base se eligen los vectores propios de  $\sigma_3$

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

los cuales describen una partícula de espín  $\frac{1}{2}$  con dos proyecciones a lo largo del eje  $z$ :

$$m = +\frac{1}{2} \quad (\uparrow) \quad \text{y} \quad m = -\frac{1}{2} \quad (\downarrow)$$

Las  $\sigma_i$  son hermíticas y las matrices de transformación

$$U(\theta_i) = e^{-i\theta_i\sigma_i/2}$$

son unitarias. Además, para cualquier matriz hermítica de traza nula,

$$\det(e^{i\sigma}) = e^{i\text{Tr}(\sigma)} = 1.$$

### 2.6.2. SU(2) de isoespín

Al nucleón se le asigna un grado interno de libertad con dos estados permitidos, el protón y el neutrón. Ésto origina una simetría SU(2), el *isoespín*, en la que  $(n, p)$  forman la representación fundamental.

SU(2) de isoespín es una copia matemática de SU(2) de espín. Sus generadores  $I_i = \tau_i/2$ , satisfacen

$$[I_i, I_j] = i\epsilon_{ijk}I_k \tag{2.9}$$

donde

$$\tau_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \tau_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \tau_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

son las versiones de isoespín de las matrices de Pauli. Estos generadores actúan sobre los estados del protón y el neutrón representados por

$$p = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad n = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (2.10)$$

### 2.6.3. El grupo SU(3)

El conjunto de matrices unitarias de  $3 \times 3$  con determinante unidad constituye el grupo SU(3). Este grupo juega un papel importante en el contexto de las interacciones fuertes, debido a que

1. es el grupo de norma de la QCD;
2. la interacción fuerte posee una simetría global aproximada de sabor SU(3), por lo que los hadrones de baja masa pueden ser organizados en multipletes aproximadamente degenerados que son representaciones irreducibles del grupo SU(3);
3. el producto directo  $SU(3)_L \times SU(3)_R \times U(1)_V$  es el grupo de simetría quiral de la QCD cuando las masas de los quarks ligeros u, d y s tienden a cero.

Los elementos del grupo SU(3) pueden escribirse en su representación exponencial

$$U(\Theta) = \exp \left( -i \sum_{a=1}^8 \Theta_a \frac{\lambda_a}{2} \right) = \exp \left( -i \Theta_a \frac{\lambda_a}{2} \right), \quad (2.11)$$

donde  $\Theta_a$  son numeros reales y  $\lambda_a$  son las 8 matrices de Gell-Mann, las cuales son

$$\begin{aligned} \lambda^1 &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \lambda^2 &= \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \lambda^3 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\ \lambda^4 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \lambda^5 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \lambda^6 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \\ \lambda^7 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}, & \lambda^8 &= \sqrt{\frac{1}{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}, \end{aligned}$$

donde los generadores diagonales  $\lambda^3$  y  $\lambda^8$  tienen vectores propios simultáneos

$$R = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad G = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

El conjunto de matrices  $\{i\lambda_a \mid a = 1, \dots, 8\}$  satisfacen las siguientes propiedades

$$\frac{\lambda_a}{2} = i \frac{\partial U}{\partial \Theta_a} (0, \dots, 0), \quad (2.12)$$

$$\lambda_a = \lambda_a^\dagger, \quad (2.13)$$

$$\text{Tr}(\lambda_a \lambda_b) = 2\delta_{a,b}, \quad (2.14)$$

$$\text{Tr}(\lambda_a) = 0, \quad (2.15)$$

y constituyen un álgebra de Lie cuya estructura está contenida en la relación de conmutación

$$\left[ \frac{\lambda_a}{2}, \frac{\lambda_b}{2} \right] = i f_{abc} \frac{\lambda_c}{2}, \quad (2.16)$$

donde  $f_{abc}$  son las constantes de estructura del grupo SU(3) que son totalmente antisimétri-

## 2. SIMETRÍAS, GRUPOS Y LEYES DE CONSERVACIÓN

---

cas bajo el intercambio de sus índices y son obtenidas de 2.14 como

$$f_{abc} = \frac{1}{4i} \text{Tr}([\lambda_a, \lambda_b]\lambda_c). \quad (2.17)$$

Las constantes de estructura no nulas son

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}f^{123} = f^{147} = -f^{156} = f^{246} = f^{257} = f^{345} = -f^{367} &= \frac{1}{\sqrt{3}}f^{458} \\ &= \frac{1}{\sqrt{3}}f^{678} = \frac{1}{2}. \end{aligned} \quad (2.18)$$

Por otra parte, se pueden derivar la relaciones de anticonmutación,

$$\{\lambda_a, \lambda_b\} = \frac{4}{3}\delta_{ab}\mathbb{1} + 2d_{abc}\lambda_c, \quad (2.19)$$

donde  $\mathbb{1}$  denota la matriz identidad de  $3 \times 3$  y las constantes  $d^{abc}$  son simétricas en los tres índices y sus valores no nulos son

$$\begin{aligned} d^{146} = d^{157} = -d^{247} = d^{256} = d^{344} = d^{355} = -d^{366} = -d^{377} &= \frac{1}{2}, \\ d^{118} = d^{228} = d^{338} = -2d^{448} = -2d^{558} = -2d^{688} = -2d^{788} = -d^{888} &= \frac{1}{\sqrt{3}}. \end{aligned} \quad (2.20)$$

Se puede demostrar que las matrices de Gell-Mann y las constantes de estructura satisfacen las siguientes identidades

$$d_{abc} = \frac{1}{4} \text{Tr}(\{\lambda_a, \lambda_b\} \lambda_c), \quad (2.21)$$

$$\lambda_a \lambda_b = \frac{1}{2} \{\lambda_a, \lambda_b\} + \frac{1}{2} [\lambda_a, \lambda_b] = \frac{2}{3} \delta_{ab} \mathbb{1} + h_{abc} \lambda_c, \quad (2.22)$$

$$\text{Tr}(\lambda_a \lambda_b \lambda_c) = 2h_{abc}, \quad (2.23)$$

$$\text{Tr}(\lambda_a \lambda_b \lambda_c \lambda_d) = \frac{4}{3} \delta_{ab} \delta_{cd} + 2h_{abe} h_{ecd}, \quad (2.24)$$

$$\text{Tr}(\lambda_a \lambda_b \lambda_c \lambda_d \lambda_e) = \frac{4}{3} h_{abc} \delta_{de} + \frac{4}{3} \delta_{ab} h_{cde} + 2h_{abf} h_{fcg} h_{gde}, \quad (2.25)$$

donde  $h_{abc} = d_{abc} + if_{abc}$ .

Finalmente si introducimos una novena matriz

$$\lambda_0 = \sqrt{\frac{2}{3}} \mathbb{1}, \quad (2.26)$$

podemos escribir una matriz arbitraria de  $3 \times 3$  como

$$M = \sum_{a=0}^8 M_a \lambda_a, \quad (2.27)$$

donde  $M_a$  son números complejos dados por

$$M_a = \frac{1}{2} \text{Tr}(\lambda_a M). \quad (2.28)$$

Las dimensionalidades de las irreps del grupo SU(3) están dadas por

$$N = \frac{1}{2} (p+1)(q+1)(p+q+2)$$

donde  $p, q$  son enteros positivos.

Quarks y antiquarks se encuentran en la representación fundamental y antifundamental de SU(3). Para mesones en lenguaje matemático,

$$\mathbf{3} \times \bar{\mathbf{3}} = \mathbf{8} + \mathbf{1}$$

es decir, se obtiene un octete y un singlete. Análogamente para bariones,

$$\mathbf{3} \times \mathbf{3} \times \mathbf{3} = \mathbf{1} + \mathbf{8}_S + \mathbf{8}_A + \mathbf{10}$$

es posible construir un singlete, dos octetes y un decuplete.

## 2.7. Teorema de Noether

El teorema de Noether establece la conexión entre las simetrías continuas de un sistema dinámico y las cantidades conservadas (constantes de movimiento). Por simplicidad consideremos solamente las simetrías internas (el método se puede utilizar también para discutir las consecuencias de la invariancia de Poincaré).

Empecemos con el lagrangiano  $\mathcal{L}$  que depende de  $n$  campos independientes  $\Phi_i$  y sus primeras derivadas parciales  $\partial_\mu \Phi_i (i = 1, \dots, n)$ , denotado colectivamente mediante los símbolos  $\Phi$  y  $\partial_\mu \Phi$ ,

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}(\Phi, \partial_\mu \Phi), \quad (2.29)$$

a partir del cual se obtienen  $n$  ecuaciones de movimiento

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \Phi_i} - \partial_\mu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \Phi_i)} = 0, \quad i = 1, \dots, n. \quad (2.30)$$

Supongamos que el Lagrangiano de la Ec. (2.29) es invariante bajo una transformación global continua de los campos que dependen suavemente de  $r$  parámetros reales. El método de Gell-Mann y Lévy ahora consiste en promover esta simetría global a una local, a partir de la cual entonces seremos capaces de identificar las corrientes de Noether. Con ese fin consideramos transformaciones que dependen de  $r$  parámetros locales  $\varepsilon_a(x)$ ,

$$\Phi_i(x) \mapsto \Phi'_i(x) = \Phi_i(x) + \delta \Phi_i(x) = \Phi_i(x) - i \varepsilon_a(x) F_{ai} [\Phi(x)], \quad (2.31)$$

y obtenemos, despreciando términos de orden  $\varepsilon^2$ , como la variación del Lagrangiano,

$$\begin{aligned}
 \delta\mathcal{L} &= \mathcal{L}(\Phi', \partial_\mu\Phi') - \mathcal{L}(\Phi, \partial_\mu\Phi) \\
 &= \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\Phi_i}\delta\Phi_i + \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\Phi_i)}\partial_\mu\delta\Phi_i \\
 &= \varepsilon_a \left( -i\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\Phi_i}F_{ai} - i\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\Phi_i)}\partial_\mu F_{ai} \right) + \partial_\mu\varepsilon_a \left( -i\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\Phi_i)}F_{ai} \right) \\
 &\equiv \varepsilon_a\partial_\mu J_a^\mu + \partial_\mu\varepsilon_a J_a^\mu.
 \end{aligned} \tag{2.32}$$

De acuerdo con esta ecuación definimos para cada transformación infinitesimal una densidad de cuadracorriente como

$$J_a^\mu = -i\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\Phi_i)}F_{ai}. \tag{2.33}$$

Al calcular la divergencia  $\partial_\mu J_a^\mu$  de la Ec. 2.33

$$\begin{aligned}
 \partial_\mu J_a^\mu &= -i \left( \partial_\mu \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\Phi_i)} \right) F_{ai} - i \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\Phi_i)} \partial_\mu F_{ai} \\
 &= -i \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\Phi_i} F_{ai} - i \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\Phi_i)} \partial_\mu F_{ai},
 \end{aligned} \tag{2.34}$$

donde hicimos uso de las ecuaciones de movimiento, Ec. (2.30), explícitamente verificamos la consistencia con la definición de  $\partial_\mu J_a^\mu$  de acuerdo con la Ec. (2.32). A partir de la Ec. (2.32) es sencillo obtener las cuadracorrientes así como sus divergencias como

$$J_a^\mu = \frac{\partial\delta\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\varepsilon_a)}, \tag{2.35}$$

$$\partial_\mu J_a^\mu = \frac{\partial\delta\mathcal{L}}{\partial\varepsilon_a}. \tag{2.36}$$

Elegimos que los parámetros de la transformación fuesen locales. Sin embargo, se supuso solamente que el Lagrangiano de la Ec. (2.29) fuese invariante bajo una transformación *global*. En ese caso, el término  $\partial_\mu\varepsilon_a$  desaparece, y ya que el Lagrangiano es invariante bajo tales transformaciones, vemos de (2.32) que la corriente  $J_a^\mu$  se conserva,  $\partial_\mu J_a^\mu = 0$ . Para una corriente conservada la carga

$$Q(t) = \int d^3x J_a^0(t, \vec{x}), \quad (2.37)$$

es independiente del tiempo, es decir, una constante de movimiento.

## 2.8. Singuletes, octetes y decupletes de hadrones

Los hadrones que aparecen en la naturaleza generan representaciones irreducibles de un grupo SU(3) de transformaciones, que contiene al grupo SU(2) de las transformaciones de isoespín y al grupo U(1) de las transformaciones generadas por la hipercarga. Este grupo, llamado grupo SU(3) de sabor (flavor), o grupo SU(3)<sub>F</sub>, tiene como generadores, además de  $Y$ ,  $I_3$ ,  $I_+$ ,  $I_-$  los operadores  $U_+$ ,  $U_-$ ,  $V_+$ ,  $V_-$  que cambian el valor del isoespín y la hipercarga.

Los hadrones aparecen en grupos de partículas, de masa similar, que se denominan *multipletes de isoespín*. Ésto está relacionado con el hecho de que los operadores,  $I_+$ ,  $I_-$  e  $I_3$  conmutan con el hamiltoniano de la interacción fuerte. Éstos operadores son generadores del grupo SU(2) de isoespín. Los estados de un multiplete de isoespín  $|I, I_3\rangle$ ,  $I_3 = -I, \dots, I$ , constituyen una base de representación irreducible del grupo SU(2). Por tanto, el hamiltoniano de la interacción fuerte es invariante frente a las transformaciones de este grupo.

Entre las representaciones irreducibles del grupo SU(3) se encuentra una de dimensión uno (*singulete*) que contiene un estado con  $|I = 0, I_3 = 0\rangle$ ; una representación de dimensión ocho (*octete*), que contiene tres estados  $|I = 1, I_3\rangle$ , dos parejas de estados con  $|I = 1/2, I_3\rangle$ , y un estado con  $|I = 0, I_3\rangle$ ; y una representación de dimensión diez (*decuplete*) que contiene cuatro estados  $|I = 3/2, I_3\rangle$ , tres estados  $|I = 1, I_3\rangle$ , dos estados  $|I = 1/2, I_3\rangle$  y un estado  $|I = 0, I_3\rangle$ .

En la naturaleza, los hadrones aparecen a energías muy diferentes. Sin embargo, los valores del isoespín y la hipercarga no aparecen de forma arbitraria. Si consideramos los bariones de espín 1/2 y paridad positiva,  $J = 1/2^+$ , se tiene

- El protón y el neutrón, conocidos como nucleones ( $Y = 1, I = 1/2$ ) con masa promedio 939 MeV.
- Las  $\Sigma$  ( $Y = 0, I = 1$ ) con masa promedio 1192 MeV.
- La  $\Lambda$  ( $Y = 0, I = 0$ ) con masa 1115 MeV.
- Las  $\Xi$  ( $Y = -1, I = 1/2$ ) con masa promedio 1315 MeV.

Los números cuánticos de estas partículas corresponden a los de la representación octete del grupo SU(3).

Análogamente, si consideramos los bariones con  $J = 3/2^+$ , aparecen:

- Las resonancias  $\Delta$  ( $Y = 1, I = 3/2$ ), con masa promedio 1232 MeV
- Las resonancias  $\Sigma^*$  ( $Y = 0, I = 1$ ), con masa promedio 1381 MeV
- Las resonancias  $\Xi^*$  ( $Y = -1, I = 1/2$ ), con masa promedio 1532 MeV
- La  $\Omega$  ( $Y = -2, I = 0$ ), con masa 1672 MeV.

Los números cuánticos de estas partículas corresponden a la representación decuplete de SU(3).

En el caso de las partículas con  $J = 1/2^-$ , encontramos a energías bajas sólo una resonancia  $\Lambda^*$  ( $Y = 0, I = 0$ ), con masa 1405 MeV. Ésta corresponde a la representación singulete de SU(3). Del mismo modo, todas las demás resonancias de bariones pueden agruparse como singuletes, decupletes u octetes.

En los mesones pseudoescalares  $J = 0^-$  aparecen:

- Los kaones  $K$  ( $Y = 1, I = 1/2$ ), con masa 494 MeV,
- Los piones  $\pi$  ( $Y = 0, I = 1$ ), con masa 139 MeV,
- La  $\eta$  ( $Y = 0, I = 0$ ), con masa 547 MeV,
- Los antikaones  $\bar{K}$  ( $Y = -1, I = 1/2$ ), con masa 494 MeV.

Los números cuánticos de estas partículas corresponden a la representación octete. Por otro lado, el mesón  $\eta'$  ( $Y = 0, I = 0$ ), con masa 958 MeV, corresponde a la representación singulete.

En los mesones vectoriales  $J = 1^-$ , aparecen:

- Las resonancias de los kaones  $K^*$  ( $Y = 1, I = 1/2$ ), con masa 892 MeV,
- Las  $\rho$  ( $Y = 0, I = 1$ ), con masa 770 MeV,
- La  $\omega$  ( $Y = 0, I = 0$ ), con masa 782 MeV,
- Los antikaones  $K^*$  ( $Y = -1, I = 1/2$ ), con masa 892 MeV.

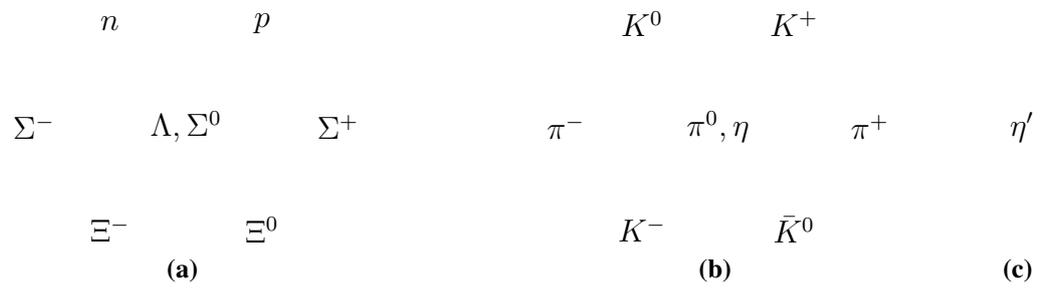
## 2. SIMETRÍAS, GRUPOS Y LEYES DE CONSERVACIÓN

---

Los números cuánticos de estas partículas corresponden a la representación octete. Por otro lado, el mesón  $\phi$  ( $Y = 0, I = 0$ ), con masa 958 MeV, corresponde a la representación singulete. Los demás mesones pueden agruparse en singuletes u octetes.

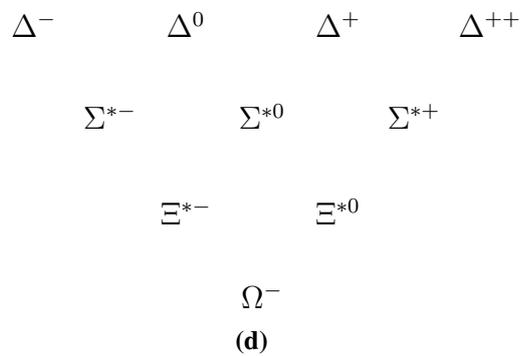
Si la simetría  $SU(3)_F$  fuera exacta, entonces las masas de los hadrones del mismo multiplete de  $SU(3)$  (octete, decuplete o singulete) serían iguales. Esto no es así, y ello indica que existen desviaciones de la simetría  $SU(3)_F$ . Las desviaciones de la simetría  $SU(3)_F$  aparecen debido a que la masa del quark  $s$  es superior a la masa de los quarks  $u$  y  $d$ . Por ello, los hadrones con un número mayor de quarks  $s$  (o antiquarks  $s$ ) son más pesados que los que tienen menos. Esta diferencia de masas entre  $s$ ,  $u$  y  $d$  da origen a lo que se conoce en la literatura como *rotura de la simetría  $SU(3)$  de sabor*.

Por el contrario, la simetría  $SU(2)_I$  de isospín es prácticamente exacta (bajo la interacción fuerte). Ello se debe a que las masas de los quarks  $u$  y  $d$  son prácticamente iguales. Este hecho también explica la mezcla de configuraciones que aparece en los mesones. Así, si el hamiltoniano que describe al sistema quark-antiquark estuviera determinado por las interacciones entre éstos, la simetría  $SU(3)_F$  sería exacta y  $|\eta, N = 1\rangle$  y  $|\eta, N = 8\rangle$  serían los estados propios del hamiltoniano. Por el contrario, si las masas de los quarks fueran determinantes, los estados propios serían  $|ss\rangle$  y  $(|uu\rangle + |dd\rangle)/\sqrt{2}$ . La situación física real es intermedia entre estos dos casos.



(a) Bariones de espín  $\frac{1}{2}$ .

(b) y (c) Mesones de espín cero.



(d) Decuplete de bariones con espín  $\frac{3}{2}$ .

**Figura 2.1:** Hadrones en representaciones de  $SU(3)$ : (a) y (b) octete, (c) singulete y (d) decuplete



## La Cromodinámica Cuántica (QCD)

---

La Cromodinámica Cuántica (QCD) es la teoría de interacciones fuertes. Está formulada en términos de campos de quarks y gluones cuyas interacciones obedecen los principios de teoría cuántica de campos relativista. La QCD presenta una invariancia de norma no abeliana SU(3). Por el carácter no abeliano del grupo de norma la QCD tiene ciertas características que la diferencian de las teorías de norma abelianas como la Electrodinámica Cuántica (QED). Algunas particularidades son:

1. El Lagrangiano de la QCD contiene acoplamientos gluónicos (vértices de tres y cuatro gluones).
2. La QCD es asintóticamente libre, es decir, el acoplamiento se debilita a cortas distancias, o de forma equivalente, a momentos grandes.
3. Inversamente, el acoplamiento se vuelve intenso a bajos momentos. Debido a esto, no es posible aplicar la teoría de perturbaciones en la QCD para describir hadrones de masas menores que 2 GeV.

En el modelo de quarks los estados hadrónicos son combinaciones de quarks o antiquarks, en donde estos últimos pueden tener  $N_c = 3$  colores diferentes:  $q^\alpha$ ,  $\alpha = 1, 2, 3$  (rojo, verde y azul). Dentro de este esquema los bariones y mesones son interpretados como los estados neutros de color y antisimétricos en el espacio de color

$$B = \frac{1}{\sqrt{6}} \epsilon^{\alpha\beta\gamma} |q_\alpha\rangle |q_\beta\rangle |q_\gamma\rangle, \quad M = \frac{1}{\sqrt{3}} \delta^{\alpha\beta} |q_\alpha\rangle |\bar{q}_\beta\rangle. \quad (3.1)$$

### 3. LA CROMODINÁMICA CUÁNTICA (QCD)

---

Gell-Mann y Neeman clasificaron a los hadrones conocidos de acuerdo a representaciones del grupo SU(3) de sabor. Podemos organizar en un hexágono con dos partículas en su centro al octete de bariones de espín 1/2 y a los mesones de espín cero. Por otra parte, los bariones de espín 3/2 pueden organizarse en un triángulo con una partícula en su centro.

#### 3.1. El lagrangiano de la QCD

El lagrangiano que describe la QCD es invariante ante transformaciones de norma SU(3) en el espacio de color y está dado por la siguiente ecuación

$$\mathcal{L}_{QCD} = -\frac{1}{4}G_{\mu\nu}^a G^{a\mu\nu} + \bar{\psi}(x)(i\gamma^\mu D_\mu - \hat{m})\psi(x), \quad (3.2)$$

con

$$G_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + g_s f^{abc} A_\mu^b A_\nu^c, \quad (3.3)$$

$$D_\mu = \partial_\mu - ig_s T^a A_\mu^a, \quad (3.4)$$

y

$$\hat{m} = \text{diag}(m_u, m_d, m_s, m_c, m_t, m_b), \quad (3.5)$$

donde  $\psi(x)$  representa el campo de quarks con seis sabores y con tres colores implícitos,  $g_s$  es la constante de acoplamiento de la interacción fuerte,  $A_\mu^a$  son los campos gluónicos de Yang-Mills y las componentes diagonales de  $\hat{m}$  corresponden a las masas de los quarks.

Existen diferencias entre las teorías abelianas y las no abelianas. En las teorías no abelianas, las partículas transmisoras también participan en la interacción, en vez de limitarse a propagarla como en el caso de la QED. Por lo tanto, en la QCD, los gluones también tienen color y existen acoplamientos entre ellos.

Por ser una teoría de norma no abeliana, la QCD es asintóticamente libre. Esto significa que a altas energías la interacción fuerte disminuye, por lo que a estas escalas la constante de acoplamiento es pequeña y la QCD es tratable con un método perturbativo. A energías más bajas la constante de acoplamiento se hace muy grande y ese método no es aplicable. Para solventar el problema, se han implementado teorías que se basan en los principios fundamentales de la QCD pero que son descritas en términos de otros campos. La teoría de perturbaciones quirales y la expansión  $1/N_c$  son algunas de ellas.

### 3.2. La expansión $1/N_c$ de la QCD

Uno de los métodos que recientemente ha sido utilizado para analizar la dinámica de hadrones a bajas energías es la expansión  $1/N_c$  de la QCD. La expansión  $1/N_c$  fue aplicada inicialmente en la derivación de conteo de potencias en  $1/N_c$  para amplitudes hadrónicas [13, 14]. Recientemente, esta expansión ha sido utilizada de manera exitosa en la predicción de propiedades estáticas de bariones, entre las que podemos mencionar acoplamiento vectoriales [15] y axialvectoriales [15, 16], en decaimientos semileptónicos, así como en momentos magnéticos [16, 17].

La expansión  $1/N_c$  de la QCD fue propuesta en 1974 por el físico holandés t'Hooft, quien fue el primero en señalar que muchos aspectos de la QCD pueden ser entendidos al estudiar una teoría de norma basada en el grupo  $SU(N_c)$  en el límite  $N_c \rightarrow \infty$ , donde  $N_c$  es el número de colores. En este límite la física se simplifica notablemente y surge la simetría contraída espín sabor  $SU(2N_f)$ , donde  $N_f$  es el número de sabores. Para 3 sabores de quarks (u, d y s), correspondientes al sector ligero, la simetría espín sabor es  $SU(6) \rightarrow SU(2) \times SU(3)$ , la cual se expresa en términos de sus generadores  $J^i$  (generador de espín),  $T^a$  (generador de sabor) y  $G^{ia}$  (generador de espín-sabor), los cuales se expresan en términos de los operadores bosónicos de quarks de creación  $q^\dagger$  y aniquilación  $q$ , como [17]

$$\begin{aligned}
 J^i &= q^\dagger \left( \frac{\sigma^i}{2} \otimes I \right) q, & (1, \mathbf{1}) \\
 T^a &= q^\dagger \left( I \otimes \frac{\lambda^a}{2} \right) q, & (0, \mathbf{8}) \\
 G^{ia} &= q^\dagger \left( \frac{\sigma^i}{2} \otimes \frac{\lambda^a}{2} \right) q, & (1, \mathbf{8})
 \end{aligned} \tag{3.6}$$

donde  $(m, n)$  representa la dimensionalidad de las representaciones bajo la simetría espín-sabor y  $\lambda^a$  y  $\sigma^i$  son las matrices de Gell Mann y Pauli respectivamente. Los generadores satisfacen relaciones de conmutación álgebra de Lie de la Tabla 3.1.

La simetría espín-sabor para bariones se organiza en la representación completamente simétrica  $SU(2N_F)$  [17]. Bajo  $SU(2) \times SU(N_F)$ , esta representación se descompone en una torre de estados bariónicos de espín  $1/2, \dots, N_c/2$  en representaciones de sabor bien definidas. Para tres sabores, la simetría espín-sabor es  $SU(6)$ ; cuando  $N_c = 3$ , los bariones se agrupan en la

### 3. LA CROMODINÁMICA CUÁNTICA (QCD)

---

$$\begin{aligned}
 & \overline{\overline{[J^i, T^a] = 0,}} \\
 & [J^i, J^j] = i\epsilon^{ijk} J^k \qquad [T^a, T^b] = i f^{abc} T^c \\
 & [J^i, G^{ja}] = i\epsilon^{ijk} G^{ka} \qquad [T^a, G^{ib}] = i f^{abc} G^{ic} \\
 & \overline{\overline{[G^{ia}, G^{jb}] = \frac{i}{4} \delta^{ij} f^{abc} T^c + \frac{i}{2N_f} \delta^{ab} \epsilon^{ijk} J^k + \frac{i}{2} \epsilon^{ijk} d^{abc} G^{kc}}}
 \end{aligned}$$

**Tabla 3.1:** Relaciones de conmutación SU(2N<sub>f</sub>)

representación **56**, cuya descomposición bajo SU(2) × SU(3) es

$$\mathbf{56} = \left( J = \frac{1}{2}, \mathbf{8} \right) \oplus \left( J = \frac{3}{2}, \mathbf{10} \right). \quad (3.7)$$

En la expansión  $1/N_c$  las correcciones de las cantidades físicas en consideración aparecen a órdenes  $1/N_c$ ,  $1/N_c^2$ ,  $1/N_c^3$ , etc. Uno puede truncar la expansión a un orden dado y obtener resultados físicamente admisibles al tomar  $N_c = 3$ , obteniendo predicciones que coinciden muy bien con los valores experimentales al nivel de precisión estimada por la expansión misma [10]. Cualquier operador de QCD que se transforme de acuerdo a una representación SU(2) × SU(3) puede escribirse de la forma

$$\mathcal{O}_{\text{QCD}} = \sum_n^{N_c} c_{(n)} \frac{1}{N_c^{n-1}} \mathcal{O}^{(n)}, \quad (3.8)$$

donde  $c_{(n)}$  son coeficientes desconocidos y  $\mathcal{O}^{(n)}$  son operadores que se escriben en términos de los generadores  $J^i$ ,  $T^a$  y  $G^{ia}$  de la forma

$$\mathcal{O}^{(n)} = \sum (J^i)^l (T^a)^m (G^{ia})^{n-l-m}. \quad (3.9)$$

Para encontrar los operadores  $\mathcal{O}^{(n)}$  que forman la expansión se parte de que deben tener los mismos números cuánticos que  $\mathcal{O}_{\text{QCD}}$  y se toma en cuenta que no todos los productos entre los generadores son linealmente independientes para posteriormente eliminar los productos redundantes utilizando identidades de operadores. Estas identidades están contenidas en la Tabla 3.2 [1].

Otro aspecto que debemos considerar es que el conmutador de un operador de  $m$  cuerpos con un operador de  $n$  cuerpos es un operador de  $(m + n - 1)$  cuerpos, es decir

$$[\mathcal{O}^m, \mathcal{O}^n] = \mathcal{O}^{(m+n-1)}. \quad (3.10)$$

Para ilustrar lo anterior observemos la expresión  $[G^{ia}, [G^{ia}, T^c]] = \frac{3}{4}N_f T^c$ , que hemos calculado utilizando las identidades de la Tabla 3.1, donde el conmutador de los operadores de un cuerpo  $G^{ia}$  y  $[G^{ia}, T^c]$  es el operador de un cuerpo  $\frac{3}{4}N_f T^c$ . Por otra parte, el anticonmutador de un operador de  $m$  cuerpos con un operador de  $n$  cuerpos es típicamente un operador de  $(m + n)$  cuerpos.

$2\{J^i, J^i\} + 3\{T^a, T^a\} + 12\{G^{ia}, G^{ia}\} = 5N_c(N_c + 6)$	(0,0)
$d^{abc}\{G^{ia}, G^{ib}\} + \frac{2}{3}\{J^i, G^{ic}\} + \frac{1}{4}d^{abc}\{T^a, T^b\} = \frac{2}{3}(N_c + 3)T^c$	(0,8)
$\{T^a, G^{ia}\} = \frac{2}{3}(N_c + 3)J^i$	(1,0)
$\frac{1}{3}\{J^k, T^c\} + d^{abc}\{T^a, G^{kb}\} - \epsilon^{ijk}f^{abc}\{G^{ia}, G^{jb}\} = \frac{4}{3}(N_c + 3)G^{kc}$	(1,8)
$-12\{G^{ia}, G^{ia}\} + 27\{T^a, T^a\} - 32\{J^i, J^i\} = 0$	(0,0)
$d^{abc}\{G^{ia}, G^{ib}\} + \frac{9}{4}d^{abc}\{T^a, T^b\} - \frac{10}{3}\{J^i, G^{ic}\} = 0$	(0,8)
$4\{G^{ia}, G^{ib}\} = \{T^a, T^b\}$	(0, 27)
$\epsilon^{ijk}\{J^i, G^{jc}\} = f^{abc}\{T^a, G^{kb}\}$	(1,8)
$3d^{abc}\{T^a, G^{kb}\} = \{J^k, T^c\} - \epsilon^{ijk}f^{abc}\{G^{ia}, G^{jb}\}$	(1,8)
$\epsilon^{ijk}\{G^{ia}, G^{jb}\} = f^{acg}d^{bch}\{T^g, G^{kg}\}$	(1, 10 + 10)
$3\{G^{ia}, G^{ja}\} = \{J^i, J^j\} \quad (J = 2)$	(2,0)
$3d^{abc}\{G^{ia}, G^{jb}\} = \{J^i, G^{jc}\} \quad (J = 2)$	(2,8)

Tabla 3.2: Identidades de operadores SU(6).

### 3.3. Propiedades estáticas de bariones

#### 3.3.1. Masa de los bariones

Los bariones son estados singletes de color de  $N_c$  quarks con función de onda antisimétrica en los índices de color  $i_{N_c}$  y simétrica en los otros números cuánticos tales como espín y sabor, que está dada por,

### 3. LA CROMODINÁMICA CUÁNTICA (QCD)

---

$$\frac{1}{\sqrt{N!}} \epsilon_{i_1 i_2 i_3 \dots i_{N_c}} (q_1)^{i_1} (q_2)^{i_2} (q_3)^{i_3} \dots (q_{N_c})^{i_{N_c}}. \quad (3.11)$$

Por otra parte, tanto el número de quarks como la masa crecen con  $N_c$  ya que

$$\mathcal{M}_{\text{barión}} \sim \mathcal{O}(N_c), \quad (3.12)$$

por lo que los bariones son infinitamente pesados en el límite  $N_c \rightarrow \infty$ . Sin embargo, su tamaño se mantiene fijo porque está regido por  $\Lambda_{QCD}$ ,

$$\mathcal{M}_{\text{barión}} \sim N_c \Lambda_{QCD}. \quad (3.13)$$

$\Lambda_{QCD}$  es el único parámetro dimensional de QCD para  $N_c$  grande y establece un límite inferior absoluto para la validez de la teoría de perturbaciones, que aproximadamente es del orden de una escala hadrónica típica.

El operador de masa es un operador de espín  $J = 0$ , por lo que mediante la regla de reducción de operadores se llega a que su expansión es un polinomio  $N_c \mathcal{P} \left( \frac{J^2}{N_c^2} \right)$ . Explícitamente su expansión está dada por

$$\mathcal{M} = m_0 N_c \mathbb{1} + \sum_{n=2,4}^{N_c-1} m_n \frac{1}{N_c^{n-1}} J^n, \quad (3.14)$$

donde los coeficientes  $m_n$  son parámetros adimensionales de  $\mathcal{O}(\Lambda_{QCD})$ . El primer término de la expansión es el que da la misma masa  $O(N_c)$  a todos los bariones en la representación espín sabor.

Esta ecuación establece que todos los bariones de un mismo multiplete son degenerados en masa. Por ejemplo, para las partículas  $N$ ,  $\Lambda$ ,  $\Sigma$  y  $\Xi$  del octete de bariones, tenemos

$$\begin{aligned} \langle N | M_B | N \rangle &= \langle \Lambda | M_B | \Lambda \rangle = \langle \Sigma | M_B | \Sigma \rangle = \langle \Xi | M_B | \Xi \rangle = \\ &N_c \left[ a_0 + \frac{3}{4} \frac{1}{N_c^2} a_1 + \frac{9}{16} \frac{1}{N_c^4} a_2 + \dots \right], \end{aligned} \quad (3.15)$$

mientras que para las partículas  $\Delta$ ,  $\Sigma^*$ ,  $\Xi^*$ ,  $\Omega$  del decuplete de bariones, se obtiene la siguiente

expresión

$$\begin{aligned} \langle \Delta | M_B | \Delta \rangle &= \langle \Sigma^* | M_B | \Sigma^* \rangle = \langle \Xi^* | M_B | \Xi^* \rangle = \langle \Omega | M_B | \Omega \rangle = \\ &N_c \left[ a_0 + \frac{15}{4} \frac{1}{N_c^2} a_1 + \frac{225}{16} \frac{1}{N_c^4} a_2 + \dots \right], \end{aligned} \quad (3.16)$$

donde los coeficientes  $a_i$  deben ser determinados a partir de la información experimental disponible.

### 3.3.1.1. Masas con rotura de simetría SU(3)

En el caso de una rotura de simetría de sabor SU(3) debida a  $m_s$  el operador de masa en la expansión  $1/N_c$  se expresa como

$$\frac{M_B}{N_c} = \mathcal{P} \left( \frac{G^{ia}}{N_c}, \frac{J^i}{N_c}, \frac{T^a}{N_c} \right). \quad (3.17)$$

En este caso, el operador de masas de bariones se descompone en las representaciones de sabor SU(3) como

$$M_B = M^{\mathbf{1}} + M^{\mathbf{8}} + M^{\mathbf{27}} + M^{\mathbf{64}}, \quad (3.18)$$

donde el singulete, octete, **27** y **64** corresponden a orden cero, primero, segundo y tercero en rotura de simetría de sabor, respectivamente. Cada una de esas representaciones de espín sabor tiene una expansión en términos de operadores suprimidos por  $1/N_c$  dadas por las expresiones siguientes

$$M^{\mathbf{1}} = N_c \mathbb{1} + \frac{1}{N_c} J^2, \quad (3.19)$$

$$M^{\mathbf{8}} = T^8 + \frac{1}{N_c} \{J^i, G^{i8}\} + \frac{1}{N_c^2} \{J^2, T^8\}, \quad (3.20)$$

$$M^{27} = \frac{1}{N_c} \{T^8, T^8\} + \frac{1}{N_c^2} \{T^8, \{J^i, G^{i8}\}\}, \quad (3.21)$$

$$M^{64} = \frac{1}{N_c^2} \{T^8, \{T^8, T^8\}\}, \quad (3.22)$$

donde se entiende que un coeficiente desconocido multiplica a cada operador [19].

### 3.3.2. El acoplamiento axial

El operador de corriente axial de bariones  $A^{ia}$  es un objeto de espín  $J = 1$  que se transforma como un octete bajo SU(3). Su expansión para  $N_c = 3$  se escribe como [1]

$$A^{kc} = a_1 G^{kc} + b_2 \frac{1}{N_c} \mathcal{D}_2^{kc} + b_3 \frac{1}{N_c^2} \mathcal{D}_3^{kc} + c_3 \frac{1}{N_c^2} \mathcal{O}_3^{kc} \quad (3.23)$$

donde los operadores  $\mathcal{D}_2^{kc}$ ,  $\mathcal{D}_3^{kc}$  y  $\mathcal{O}_3^{kc}$  se definen como

$$\mathcal{D}_2^{kc} = J^k T^c, \quad (3.24)$$

$$\mathcal{D}_3^{kc} = \{J^k, \{J^r, G^{rc}\}\}, \quad (3.25)$$

y

$$\mathcal{O}_3^{kc} = \{J^2, G^{kc}\} - \frac{1}{2} \{J^k, \{J^r, G^{rc}\}\}. \quad (3.26)$$

### 3.3.3. Momento magnético de bariones

Debido a que los momentos magnéticos tienen las mismas propiedades cinemáticas que los acoplamientos axiales vectoriales son descritos en términos de los mismos operadores. Esto significa que el operador de momento magnético  $M^{kc}$ , al igual que el operador  $A^{kc}$ , es un objeto de espín  $J = 1$  y un octete bajo SU(3), además de que su expansión es la misma y se escribe

como [1]

$$M^{kc} = m_1 G^{kc} + m_2 \frac{1}{N_c} \mathcal{D}_2^{kc} + m_3 \frac{1}{N_c^2} \mathcal{D}_3^{kc} + m_4 \frac{1}{N_c^2} \mathcal{O}_3^{kc} \quad (3.27)$$

donde la serie se truncó para el valor físico  $N_c = 3$  y las constantes  $m_i$  son del orden de la unidad e independientes de  $k$ . Los momentos magnéticos son proporcionales a la matriz de carga de los quarks  $\mathcal{Q} = \text{diag}(2/3, -1/3, -1/3)$ , así que pueden ser separados en componentes isovectoriales e isoescalares,  $M^{k3}$  y  $M^{k8}$ , respectivamente. Finalmente el operador de momento magnético se expresa como

$$M^k = M^{kQ} \equiv M^{k3} + \frac{1}{\sqrt{3}} M^{k8}. \quad (3.28)$$

En lo sucesivo, el índice de sabor  $Q$  representará  $Q = 3 + (1/\sqrt{3})8$  así que cualquier operador de la forma  $X^Q$  debe entenderse como  $X^3 + (1/\sqrt{3})X^8$ . Análogamente,  $\bar{Q}$  indicará  $Q = 3 - (1/\sqrt{3})8$  y cualquier operador de la forma  $X^{\bar{Q}}$  debe interpretarse como  $X^3 - (1/\sqrt{3})X^8$ .

Calculando los elementos de matriz del operador  $M^k$  entre estados de simetría SU(6) se pueden obtener los 27 momentos magnéticos correspondientes al octete, decuplete y a las transiciones decuplete-octete.

### 3.4. La teoría de perturbaciones quirales

Otra de las teorías que nos permiten acercarnos al estudio de aspectos no perturbativos de la QCD es la teoría de perturbaciones quirales. Esta teoría se basa en la simetría global  $SU(3)_L \times SU(3)_R \times U(1)_V$  que posee el lagrangiano cuando las masas de los quarks ligeros  $u$ ,  $d$  y  $s$  tienden a cero. La rotura de simetría provocada por el vacío de la QCD a una simetría  $SU(3)_V \times U(1)_V$  tiene como consecuencia la aparición del octete de bosones de Goldstone pseudoescalares, los piones. La expansión perturbativa en función de los momentos de los piones y las masas  $m_q$  con respecto al parámetro de escala  $\Lambda_\chi$  conduce a relaciones de simetría de sabor entre las amplitudes hadrónicas, las cuales son válidas a un orden dado en la rotura de la simetría quiral [20].

La teoría de perturbaciones quirales puede ser utilizada en el cálculo sistemático de propie-

dades de bariones como una función de las masas  $m_q$  de los quarks ligeros. La dependencia no analítica de una cantidad física en  $m_q$  se obtiene a partir de gráficas de loops de piones, mientras que la dependencia analítica posee contribuciones tanto de loops como de constantes de baja energía que están presentes en el Lagrangiano quiral.

### 3.5. La teoría de perturbaciones quirales para $N_c$ grande

La teoría de perturbaciones quirales y la expansión  $1/N_c$  pueden utilizarse en un formalismo combinado que es más efectivo que cada método por separado para el cálculo de propiedades estáticas de bariones [20]. En este formalismo conocido como teoría de perturbaciones quirales para  $N_c$  grande, se hace una expansión en potencias de  $m_q/\Lambda_\chi$  y  $1/N_c$ , considerando el doble límite  $m_q \rightarrow 0$  y  $N_c \rightarrow \infty$ , y el lagrangiano toma la forma [20]

$$\mathcal{L}_{\text{barión}} = i\mathcal{D}^0 - \mathcal{M}_{\text{hiperfina}} + Tr(\mathcal{A}^k \lambda^c) A^{kc} + \frac{1}{N_c} Tr(\mathcal{A}^k \frac{2I}{\sqrt{\sqrt{6}}}) A^k + \dots, \quad (3.29)$$

con

$$\mathcal{D}^0 = \partial^0 \mathbb{1} + Tr(\mathcal{V}^0 \lambda^c) T^c. \quad (3.30)$$

### 3.6. La simetría quiral

En la simetría SU(3) de sabor los mesones pseudoescalares, los mesones vectoriales y los bariones son ordenados en representaciones de singuletes y octetes, esto es, hay que buscar las raíces de la simetría quiral en *el álgebra de corrientes* y en la clasificación de hadrones de Gell-Mann.

No se conocen cuales son las fuerzas fundamentales que ocasionan la rotura de las simetrías de los bariones. Lo que comúnmente se hace, es averiguar como se transforma la parte no simétrica del Hamiltoniano bajo un determinado grupo G (simetría de norma) y de este modo obtener información sobre la dinámica del sistema. Debido a este hecho es conveniente descomponer el operador Hamiltoniano en dos partes

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \lambda \mathcal{H}', \quad (3.31)$$

donde  $\mathcal{H}_0$  es la parte simétrica y  $\mathcal{H}'$  la parte que rompe la simetría. De acuerdo con el Teorema de Noether podemos relacionar la conservación de la corriente  $J_\alpha^\mu(x)$  con la invariancia del Hamiltoniano  $\mathcal{H}_0$ ,

$$Q_a(x_0) = \int J_a^0(x) d^3x. \quad (3.32)$$

En el caso de que  $\lambda = 0$ , las cargas  $Q_a(x_0)$  son independientes del tiempo y por consiguiente se conservan.

La teoría más importante sobre las simetrías aproximadas fue postulada por Gell-Mann [21]. De acuerdo a esta teoría los operadores forman una representación del grupo de simetría tomando en cuenta

$$[Q_a(x_0), Q_b(x_0)] = if_{abc}Q_c(x_0). \quad (3.33)$$

Existen dos formas de que una simetría del Hamiltoniano  $\mathcal{H}_0$  sea realizada

- La realización de Wigner-Weyl,

$$Q_a(x_0) |0\rangle = 0. \quad (3.34)$$

- La realización de Nambu-Goldstone

$$Q_a(x_0) |0\rangle \neq 0. \quad (3.35)$$

En la realización de Wigner-Weyl la simetría se manifiesta directamente en el espectro del Hamiltoniano  $\mathcal{H}_0$  como una degeneración de los multipletes, si  $\lambda = 0$ .

De la realización de Nambu-Goldstone se tiene la existencia de bosones con masa cero si  $\lambda = 0$  y no muestra ninguna degeneración en la estructura de los multipletes. A este tipo de realización se le denomina rotura espontánea de la simetría. En este caso particular los operadores de carga  $Q_a(x_\mu)$  no son definidos o mejor dicho no son normalizables.

Gell-mann hizo un postulado adicional el cual establece que los generadores  $Q_a(x_0)$  de las simetrías hadrónicas coinciden con las cargas, las cuales están relacionadas con las corrientes en las interacciones débiles y electromagnéticas. Asimismo postuló que las corrientes débiles también cumplen relaciones similares de conmutación

### 3. LA CROMODINÁMICA CUÁNTICA (QCD)

---

$$\delta(x_0 - y_0) [J_a^0(x), J_b^0(y)] = i\delta^4(x - y)f_{abc}J_c^0(x), \quad (3.36)$$

donde  $J_a^0(x)$  son las corrientes débiles. Esto quiere decir que las interacciones débiles nos pueden servir para informarnos sobre las simetrías y sobre la rotura de las simetrías de las interacciones fuertes. De estas ideas se originó el *álgebra de corrientes* en física de partículas.

Del decaimiento  $\beta$  fue postulada la existencia de las corrientes vectoriales y corrientes axiales (Teoría V-A) por Feynman, Gell-Mann, Marshak y Sudarshan.

Gell-Mann postuló también para las corrientes vectoriales y axiales un álgebra similar a la ecuación 3.36

$$\begin{aligned} \delta(x_0 - y_0) [V_a^0(x), V_b^0(y)] &= if_{abc}V_c^0(x)\delta^4(x - y), \\ \delta(x_0 - y_0) [V_a^0(x), A_b^0(y)] &= if_{abc}A_c^0(x)\delta^4(x - y), \\ \delta(x_0 - y_0) [A_a^0(x), A_b^0(y)] &= if_{abc}V_c^0(x)\delta^4(x - y). \end{aligned} \quad (3.37)$$

Ahora es posible definir nuevos operadores de carga,

$$\begin{aligned} F_a(x) &= \int d^3x V_a^0(x), \\ F_a^5(x) &= \int d^3x A_a^0(x). \end{aligned} \quad (3.38)$$

Estas cargas generan el álgebra de Lie de  $SU(3)_L \times SU(3)_R$

$$\begin{aligned} [F_a(x_0), F_b(x_0)] &= if_{abc}F_c(x_0), \\ [F_a(x_0), F_b^5(x_0)] &= if_{abc}F_c^5(x_0), \\ [F_a^5(x_0), F_b^5(x_0)] &= if_{abc}F_c(x_0). \end{aligned} \quad (3.39)$$

Para observar mejor la estructura de esta álgebra de Lie  $SU(3)_L \times SU(3)_R$  podemos definir unos nuevos operadores  $F^\pm(x_0)$  donde

$$F_a^\pm(x_0) = \frac{1}{2} [F_a(x_0) \pm F_a^5(x_0)]; \quad (3.40)$$

reemplazando en las relaciones de conmutación Ec. (3.39) obtendremos las siguientes relaciones

$$\begin{aligned} [F_a^\pm(x_0), F_b^\pm(x_0)] &= if_{abc}F_c^\pm(x_0), \\ [F_a^+(x_0), F_b^-(x_0)] &= 0. \end{aligned} \quad (3.41)$$

Esto demuestra que los generadores  $F_a(x_0)$  y  $F_a^5(x_0)$  generan el producto directo  $SU(3)_L \times SU(3)_R$  y en este caso se habla de **las simetrías quirales**.

La simetría  $SU(3)$  exige que todas las partículas que pertenecen al mismo multiplete posean la misma masa. Las simetrías quirales  $SU(3)_L \times SU(3)_R$  no exigen multipletes de partículas pero en cambio poseen ocho mesones pseudoescalares (Teorema de Goldstone), es decir, tres piones ( $\pi^0$ ,  $\pi^+$  y  $\pi^-$ ), cuatro kaones ( $K^0, \bar{K}^0, K^+$  y  $K^-$ ) y  $\eta$ . Supongamos que el Hamiltoniano  $\mathcal{H}$  posea la simetría quiral. Esto significa

$$[F_a^\pm, \mathcal{H}] = 0. \quad (3.42)$$

Supongamos adicionalmente que el operador de carga  $F_a(x_0)$  deja invariante el vacío, o sea

$$F_a(x) |0\rangle = 0. \quad (3.43)$$

Pero no podemos hacer la misma suposición para las cargas axiales ya que en el espectro hadrónico no se encuentran en el mismo multiplete partículas con diferente paridad. En vez de hacer esta suposición, supondremos que el vacío no es invariante bajo la simetría quiral  $SU(3)_L \times SU(3)_R$ . Esto significa que

$$F_a^5(x) |0\rangle \neq 0. \quad (3.44)$$

De aquí obtenemos el teorema de Goldstone por el cual en la simetría quiral  $SU(3)_L \times SU(3)_R$  los mesones pseudoescalares deben de tener masa igual a cero. Naturalmente sabemos que en el mundo físico todos los mesones poseen masa. Esto significa que la simetría quiral  $SU(3)_L \times SU(3)_R$  no puede ser exacta.

### 3.7. La simetría quiral en el vacío

Para extender el tema acerca de que el vacío de la QCD no es invariante bajo la simetría quiral, centremos nuestra atención en el papel fundamental que juegan las simetrías globales de la QCD, en particular la simetría quiral asociada con el número cuántico de sabor. Si despreciamos las masas de los quarks, lo cual es una aproximación excelente para los quarks  $u$  y  $d$  y bastante buena para el  $s$ , el Lagrangiano de la QCD asociado a estos tres quarks ligeros

$$\mathcal{L} = \bar{q}i\gamma^\mu D_\mu q = \bar{q}_L i\gamma^\mu D_\mu q_L + \bar{q}_R i\gamma^\mu D_\mu q_R, \quad q \equiv (u, d, s), \quad (3.45)$$

es invariante bajo transformaciones unitarias en el espacio de los tres sabores de los quarks, debido a que sus interacciones son idénticas. Los hadrones que pertenecen a un mismo multiplete tienen aproximadamente la misma masa e idénticos espines, paridades, número bariónico, etc.

No obstante, el Lagrangiano Ec. (3.45) posee demasiadas simetrías. Al separar los quarks sus quiralidades izquierda y derecha (la quiralidad es un número cuántico que en el caso de fermiones sin masa coincide exactamente con la helicidad, o proyección del momento angular en la dirección del movimiento), nos damos cuenta que hay dos simetrías  $SU(3)$  independientes para las dos quiralidades. Esto implicaría una duplicidad de multipletes hadrónicos con paridades opuestas que no existe en el espectro observado.

La discrepancia entre las simetrías del Lagrangiano (la interacción) y del espectro se debe a que el estado fundamental -el vacío- de la QCD no respeta la simetría quiral. El vacío de la QCD se alinea en una cierta dirección en el espacio de simetría interno que representan las transformaciones quirales. En términos matemáticos hablamos de una rotura espontánea del grupo de simetría global  $SU(3)_L \times SU(3)_R$  a su subgrupo diagonal  $SU(3)_V$ .

En términos físicos, la rotura espontánea tiene una consecuencia muy importante, la aparición de ocho mesones pseudoescalares (paridad negativa) sin masa. Debido a que los quarks,  $u$ ,  $d$  y  $s$  tienen una masa pequeña, la simetría del Lagrangiano no es exacta y estas ocho partículas adquieren una masa muy pequeña en comparación con los hadrones restantes. La rotura espontánea de simetría da lugar a propiedades muy peculiares para estas partículas, cuya dinámica a bajas energías puede predecirse de forma rigurosa mediante argumentos basados únicamente en la simetría subyacente. La confirmación experimental de todas estas predicciones ha demostrado inequívocamente el fenómeno de rotura espontánea de la simetría quiral en el vacío de la QCD.

## Decaimientos no leptónicos de hiperones

---

Se han dedicado varios artículos al estudio de los decaimientos no leptónicos de hiperones de la forma  $B \rightarrow B'\pi$  dentro de diversos formalismos usando teorías de campo efectivas [1, 2, 3, 4, 25, 26, 27, 28]. Existen siete de estas transiciones:  $\Sigma^+ \rightarrow n\pi^+$ ,  $\Sigma^+ \rightarrow p\pi^0$ ,  $\Sigma^- \rightarrow n\pi^-$ ,  $\Lambda^0 \rightarrow p\pi^-$ ,  $\Lambda^0 \rightarrow n\pi^0$ ,  $\Xi^- \rightarrow \Lambda^0\pi^-$  y  $\Xi^0 \rightarrow \Lambda^0\pi^0$ , y los elementos de matriz de estos decaimientos se pueden expresar en términos de la amplitud de onda  $s$  que viola la paridad y la amplitud de onda  $p$  que la conserva.

Su estudio es todavía un problema abierto debido a que a pesar de que las amplitudes  $s$  y  $p$  están bien determinadas experimentalmente [10] no pueden ser reproducidas simultáneamente por la teoría correspondiente [2, 3]. Por lo que el mecanismo de mejora de las amplitudes  $\Delta I = 1/2$  no está comprendido. Se espera que las amplitudes de decaimiento reflejen la estructura interna del hiperón y, por lo tanto, las correcciones de la QCD a la teoría estándar deben jugar un importante rol. Es complicado tomar en cuenta los efectos no perturbativos de la QCD. Para estimar las amplitudes, se han utilizado teorías efectivas a bajas energías de hadrones, tales como, la teoría de perturbaciones quirales y la expansión  $1/N_c$  de la QCD.

La teoría de perturbaciones quirales ha sido aplicada a muchos fenómenos hadrónicos reproduciendo exitosamente los datos experimentales, sin embargo, cuando se utiliza en el análisis de los decaimientos no semileptónicos débiles no reproduce los datos experimentales. Se sabe desde hace tiempo que si emplean datos experimentales que proporcionen un buen ajuste de las amplitudes  $s$  entonces un mal ajuste es obtenido para las ondas  $p$  y viceversa [4]. En la referencia [28] se reinvestiga este tema dentro de la formulación de bariones pesados reproduciendo bien los datos experimentales para las amplitudes  $s$  pero sin que las correcciones quirales reproduzcan las ondas  $p$ .

Por otra parte, en la referencia [1] se reproducen satisfactoriamente las amplitudes de onda

$s$  dentro del formalismo de la expansión  $1/N_c$  de la QCD.

En el presente trabajo se realiza el cálculo parcial a un loop de la amplitud de onda  $s$  dentro del formalismo combinado en correcciones quirales y  $1/N_c$ .

## 4.1. Decaimientos no leptónicos de hiperones

Los decaimientos no leptónicos de hiperones son procesos de interacción débil no leptónicos con  $\Delta S = -1$ . El Hamiltoniano débil es proporcional a [1]

$$(\bar{s}\gamma^\mu P_L u)(\bar{u}\gamma_\mu P_L d) \quad (4.1)$$

en la escala débil y se transforma bajo  $SU(3)_L \times SU(3)_R$  como  $(8_L, 1_R) \oplus (27_L, 1_R)$ .

La forma general de la amplitud de decaimiento para bariones de espín 1/2 es [10]

$$\mathcal{M} = G_F m_\pi^2 + \bar{u}_{B_f} (A - B\gamma_5) u_{B_i}, \quad (4.2)$$

donde  $A$  y  $B$  son las amplitudes de decaimiento de la onda  $s$  y onda  $p$ . Las razones de decaimiento y los parámetros de asimetría están dados en términos de las amplitudes  $s$  y  $p$  que están relacionadas con  $A$  y  $B$  mediante

$$s = A, \quad p = B \frac{|\mathbf{p}_f|}{E_f + M_f}, \quad (4.3)$$

donde  $\mathbf{p}_f$ ,  $E_f$ , y  $M_f$  son el 3-momento, energía y masa del barión final. La razón de transición es proporcional a [10]

$$\begin{aligned} R = & 1 + \gamma \hat{\omega}_f \cdot \hat{\omega}_i + (1 - \gamma)(\hat{\omega}_f \cdot \hat{\mathbf{n}})(\hat{\omega}_i \cdot \hat{\mathbf{n}}) \\ & + \alpha(\hat{\omega}_f \cdot \hat{\mathbf{n}} + \hat{\omega}_i \cdot \hat{\mathbf{n}}) + \beta \hat{\mathbf{n}} \cdot (\hat{\omega}_f \times \hat{\omega}_i), \end{aligned} \quad (4.4)$$

donde  $\hat{\mathbf{n}}$  es un vector unitario en la dirección del momento del barión final, y  $\hat{\omega}_i$  y  $\hat{\omega}_f$  son los vectores unitarios en las direcciones de los espines del barión inicial y final. Los parámetros  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\gamma$  están definidos como

$$\begin{aligned}
\alpha &= 2 \operatorname{Re}(s^*p)/(|s|^2 + |\mathbf{p}_f|^2), \\
\beta &= 2 \operatorname{Im}(s^*p)/(|s|^2 + |\mathbf{p}_f|^2), \\
\gamma &= (|s|^2 - |p|^2)/(|s|^2 + |\mathbf{p}_f|^2).
\end{aligned}
\tag{4.5}$$

Los parámetros  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\gamma$  satisfacen

$$\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 1. \tag{4.6}$$

Si la polarización del hiperón es  $\mathbf{P}_Y$ , la polarización  $\mathbf{P}_B$  de los bariones que decaen es

$$\mathbf{P}_B = \frac{(\alpha + \mathbf{P}_Y \cdot \hat{\mathbf{n}})\hat{\mathbf{n}} + \beta(\mathbf{P}_Y \times \hat{\mathbf{n}}) + \gamma\hat{\mathbf{n}} \times (\mathbf{P}_Y \times \hat{\mathbf{n}})}{1 + \alpha\mathbf{P}_Y \cdot \hat{\mathbf{n}}}. \tag{4.7}$$

Aquí  $\mathbf{P}_B$  está definido en el sistema en reposo del barión, obtenido a través de una transformación de Lorentz a lo largo de  $\hat{\mathbf{n}}$  a partir del sistema en reposo del hiperón, en el cual  $\hat{\mathbf{n}}$  y  $\mathbf{P}_Y$  están definidos.

Un parámetro útil adicional  $\phi$  está definido por

$$\beta = (1 - \alpha^2)^{1/2} \sin \phi. \tag{4.8}$$

En los listados de partículas, se reúnen  $\alpha$  y  $\phi$  para cada decaimiento, ya que estas cantidades están más estrechamente relacionadas con la experimentación y esencialmente no están correlacionadas.

La simetría de inversión temporal requiere, en la ausencia de interacciones de estado final, que  $s$  y  $p$  sean reales, y por tanto que  $\beta = 0$ . Sin embargo, si la interacción de estado final es fuerte, se cumple que

$$s = |s| e^{i\delta_s} \text{ y } p = |p| e^{i\delta_p}, \tag{4.9}$$

donde  $\delta_s$  y  $\delta_p$  cambios de fase de la interacción fuerte de onda  $s$  y  $p$  pión-barión. Entonces tenemos

$$\beta = \frac{-2 |s| |p|}{|s|^2 + |p|^2} \sin(\delta_s - \delta_p). \tag{4.10}$$

#### 4. DECAIMIENTOS NO LEPTÓNICOS DE HIPERONES

---

También se define  $\Delta = -\tan^{-1}(\beta/\alpha)$ . Si se cumple la invariancia  $T$ ,  $\Delta = \delta_s - \delta_p$ . Para el decaimiento  $\Lambda \rightarrow p\pi^-$ , el valor de  $\Delta$  puede compararse con los cambios de fase de onda  $s$  y  $p$  en la dispersión de  $\pi^- p$  a baja energía y los resultados son consistentes con la invariancia  $T$ .

**Tabla 4.1:** Valores experimentales para las amplitudes de onda  $s$  y  $p$

Modo de decaimiento	$s$	$p$
$\Sigma^+ \rightarrow n\pi^+$	$0.06 \pm 0.01$	$1.81 \pm 0.01$
$\Sigma^+ \rightarrow p\pi^0$	$-1.43 \pm 0.05$	$1.17 \pm 0.06$
$\Sigma^- \rightarrow n\pi^-$	$1.88 \pm 0.01$	$-0.06 \pm 0.01$
$\Lambda \rightarrow p\pi^-$	$1.42 \pm 0.01$	$0.52 \pm 0.01$
$\Lambda \rightarrow n\pi^0$	$-1.04 \pm 0.02$	$-0.39 \pm 0.03$
$\Xi^- \rightarrow \Lambda\pi^-$	$-1.98 \pm 0.01$	$0.48 \pm 0.02$
$\Xi^0 \rightarrow \Lambda\pi^0$	$1.51 \pm 0.02$	$-0.32 \pm 0.02$

La suposición de  $\Delta I = 1/2$  conduce a tres relaciones de isoespín entre las siete amplitudes de decaimiento para los bariones del octete de espín  $1/2$

$$\begin{aligned}
 \mathcal{A}(\Sigma^+ \rightarrow n\pi^+) &= \sqrt{2}\mathcal{A}(\Sigma^+ \rightarrow p\pi^0) + \mathcal{A}(\Sigma^- \rightarrow n\pi^-), \\
 \mathcal{A}(\Lambda^0 \rightarrow p\pi^-) &= -\sqrt{2}\mathcal{A}(\Lambda^0 \rightarrow n\pi^0), \\
 \mathcal{A}(\Xi^- \rightarrow \Lambda^0\pi^-) &= -\sqrt{2}\mathcal{A}(\Xi^0 \rightarrow \Lambda^0\pi^0),
 \end{aligned} \tag{4.11}$$

donde las relaciones (4.11) aplican tanto para las amplitudes de onda  $s$  como para las  $p$ . Hay dos relaciones de isoespín entre las cinco amplitudes de onda  $p$  de  $\Omega^-$

$$\begin{aligned}
 \mathcal{A}(\Omega^- \rightarrow \Xi^0\pi^-) &= \sqrt{2}\mathcal{A}(\Omega^- \rightarrow \Xi^-\pi^0), \\
 \mathcal{A}(\Omega^- \rightarrow \Xi^{*0}\pi^-) &= \sqrt{2}\mathcal{A}(\Omega^- \rightarrow \Xi^{*-}\pi^0).
 \end{aligned}$$

Estas relaciones de isoespín son evidentes en los datos experimentales.

## 4.2. Amplitud de decaimiento de onda $s$

La amplitud de decaimiento no leptónica de hiperones de onda  $s$  no se anula para momento cero, y se puede obtener usando el teorema del pión suave

$$\mathcal{A}(B_i \rightarrow B_f + \pi^c) = \frac{i}{f_\pi} \langle B_f | [Q^c, \mathcal{H}_W] | B_i \rangle, \quad (4.12)$$

donde  $\mathcal{H}_W$  es el Hamiltoniano débil,  $Q^c = T^c$  es la carga axial,  $f_\pi$  es la constante de decaimiento del pión y el índice  $c$  es  $1 + i2$  para  $\pi^-$ ,  $1 - i2$  para  $\pi^+$  y  $3$  para  $\pi^0$ . Así, el cálculo de la amplitud de decaimiento débil no leptónico de onda  $s$ , el cual es obtenido de los elementos de matriz de  $[Q^c, \mathcal{H}_W]$ , implica una expansión  $1/N_c$  del Hamiltoniano débil.

Asumiendo dominancia del octeto, el Hamiltoniano débil se transforma como una componente  $(6+i7)$  de una representación  $(0, 8)$  de  $SU(2) \times SU(3)$ , por lo que a orden  $1/N_c$  el operador  $\mathcal{H}_W$  tiene la expansión [1]

$$\mathcal{H}_W = c_1 T^u + c_2 \frac{\{J^r, G^{ru}\}}{N_c}, \quad (4.13)$$

donde  $u = 6 + i7$ .

Así, a orden  $1/N_c$  la amplitud de decaimiento de onda  $s$  está dada por los elementos de matriz de  $[T^c, \mathcal{H}_W]$ . Utilizando la ecuación 4.13 y las propiedades de la Tabla 3.1

$$[Q^c, \mathcal{H}_W] = ic_1 f^{cue} T^e + \frac{ic_2 f^{cue}}{N_c} \{J^r, G^{re}\}. \quad (4.14)$$

Utilizando 4.14 y las funciones de onda espín-sabor de  $SU(6)$  mencionadas en el apéndice E los elementos de matriz de  $\langle B_f | [Q^c, \mathcal{H}_W] | B_i \rangle$  para los decaimientos  $\Sigma^- \rightarrow n\pi^-$ ,  $\Sigma^+ \rightarrow n\pi^+$ ,  $\Lambda^0 \rightarrow p\pi^-$  y  $\Xi^- \rightarrow \Lambda\pi^-$  son

$$c_1 \langle n | i f^{(1+i2)(6+i7)e} T^e | \Sigma^- \rangle + \frac{1}{N_c} c_2 \langle n | i f^{(1+i2)(6+i7)e} \{J^r, G^{re}\} | \Sigma^- \rangle = -c_1 + \frac{c_2}{2N_c}. \quad (4.15)$$

$$c_1 \langle n | i f^{(1-i2)(6+i7)e} T^e | \Sigma^+ \rangle + \frac{1}{N_c} c_2 \langle n | i f^{(1-i2)(6+i7)e} \{J^r, G^{re}\} | \Sigma^+ \rangle = 0. \quad (4.16)$$

#### 4. DECAIMIENTOS NO LEPTÓNICOS DE HIPERONES

---

$$c_1 \langle p | i f^{(1+i2)(6+i7)e} T^e | \Lambda \rangle + \frac{1}{N_c} c_2 \langle p | i f^{(1+i2)(6+i7)e} \{ J^r, G^{re} \} | \Lambda \rangle = -\sqrt{\frac{3}{2}} c_1 - \frac{3\sqrt{\frac{3}{2}} c_2}{2N_c}. \quad (4.17)$$

$$c_1 \langle \Lambda | i f^{(1+i2)(6+i7)e} T^e | \Xi^- \rangle + \frac{1}{N_c} c_2 \langle \Lambda | i f^{(1+i2)(6+i7)e} \{ J^r, G^{re} \} | \Xi^- \rangle = \sqrt{\frac{3}{2}} c_1 + \frac{3\sqrt{\frac{3}{2}} c_2}{2N_c}. \quad (4.18)$$

Los coeficientes  $c_1$  y  $c_2$  están relacionados con las constantes  $h_D$  y  $h_F$ , las cuales aparecen en el lagrangiano quiral y se determinan haciendo un ajuste con los datos experimentales, mediante las relaciones  $c_1 = -\frac{1}{3}(-2h_D + 3h_F)$  y  $c_2 = -\frac{2h_D N_c}{3}$ . Así los elementos de matriz son

$$c_1 \langle n | i f^{(1+i2)(6+i7)e} T^e | \Sigma^- \rangle + \frac{1}{N_c} c_2 \langle n | i f^{(1+i2)(6+i7)e} \{ J^r, G^{re} \} | \Sigma^- \rangle = -h_D + h_F. \quad (4.19)$$

$$c_1 \langle n | i f^{(1-i2)(6+i7)e} T^e | \Sigma^+ \rangle + \frac{1}{N_c} c_2 \langle n | i f^{(1-i2)(6+i7)e} \{ J^r, G^{re} \} | \Sigma^+ \rangle = 0. \quad (4.20)$$

$$c_1 \langle p | i f^{(1+i2)(6+i7)e} T^e | \Lambda \rangle + \frac{1}{N_c} c_2 \langle p | i f^{(1+i2)(6+i7)e} \{ J^r, G^{re} \} | \Lambda \rangle = \frac{h_D + 3h_F}{\sqrt{6}}. \quad (4.21)$$

$$c_1 \langle \Lambda | i f^{(1+i2)(6+i7)e} T^e | \Xi^- \rangle + \frac{1}{N_c} c_2 \langle \Lambda | i f^{(1+i2)(6+i7)e} \{ J^r, G^{re} \} | \Xi^- \rangle = \frac{h_D - 3h_F}{\sqrt{6}}. \quad (4.22)$$

Mediante una sustitución directa se verifica que se satisfacen las relaciones

$$\begin{aligned}
\mathcal{A}(\Sigma^+ \rightarrow n\pi^+) &= 0, \\
\mathcal{A}(\Xi^- \rightarrow \Lambda^0\pi^-) &= -\mathcal{A}(\Lambda^0 \rightarrow p\pi^-), \\
\mathcal{A}(\Lambda^0 \rightarrow p\pi^-) &= -\sqrt{\frac{3}{2}}\mathcal{A}(\Sigma^- \rightarrow n\pi^-),
\end{aligned} \tag{4.23}$$

que son válidas a orden líder en  $1/N_c$  [1]. De la misma forma se verifica la relación de Lee-Sugawara

$$\sqrt{\frac{3}{2}}\mathcal{A}(\Sigma^- \rightarrow n\pi^-) + \mathcal{A}(\Lambda^0 \rightarrow p\pi^-) + 2\mathcal{A}(\Xi^- \rightarrow \Lambda^0\pi^-) = 0, \tag{4.24}$$

la cual es una predicción de la simetría SU(3).

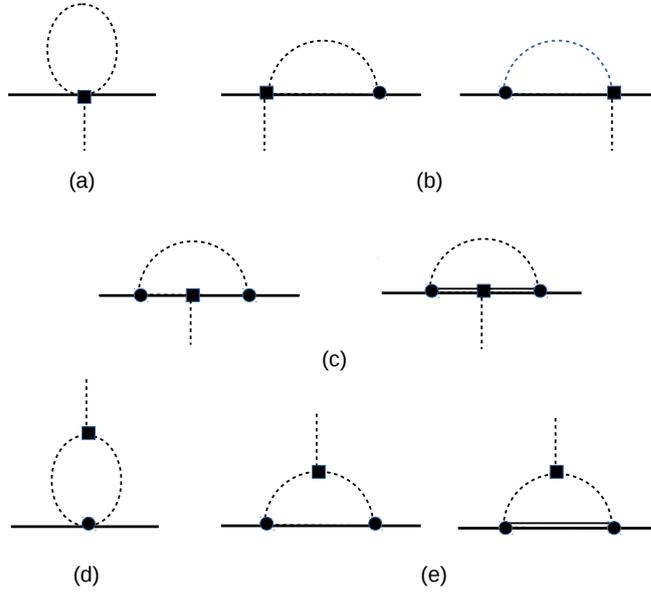
Por otra parte para los decaimientos  $\Sigma^+ \rightarrow p\pi^0$ ,  $\Lambda^0 \rightarrow n\pi^0$  y  $\Xi^0 \rightarrow \Lambda\pi^0$  se tiene

$$\sqrt{2} \left( c_1 \langle p | i f^{3(6+i7)e} T^e | \Sigma^+ \rangle + \frac{1}{N_c} c_2 \langle p | i f^{3(6+i7)e} \{ J^r, G^{re} \} | \Sigma^+ \rangle \right) = \frac{c_1}{\sqrt{2}} - \frac{c_2}{2\sqrt{2}N_c}, \tag{4.25}$$

$$\sqrt{2} \left( c_1 \langle n | i f^{3(6+i7)e} T^e | \Lambda \rangle + \frac{1}{N_c} c_2 \langle n | i f^{3(6+i7)e} \{ J^r, G^{re} \} | \Lambda \rangle \right) = \frac{\sqrt{3}c_1}{2} + \frac{3\sqrt{3}c_2}{4N_c}, \tag{4.26}$$

$$\sqrt{2} \left( c_1 \langle \Lambda | i f^{3(6+i7)e} T^e | \Xi^0 \rangle + \frac{1}{N_c} c_2 \langle \Lambda | i f^{3(6+i7)e} \{ J^r, G^{re} \} | \Xi^0 \rangle \right) = -\frac{1}{2}\sqrt{3}c_1 - \frac{\sqrt{3}c_2}{4N_c}, \tag{4.27}$$

con lo que se verifican las relaciones 4.11.



**Figura 4.1:** Diagramas de Feynman que producen correcciones a un loop a la amplitud de decaimiento de onda  $s$ .

### 4.3. Correcciones a orden $m_q \text{In}(m_q)$ a las amplitudes de decaimiento de onda $s$

En este trabajo calcularemos las correcciones a orden  $m_q \text{In}(m_q)$  a la amplitud de decaimiento de onda  $s$  debidas a la rotura de simetría de sabor  $SU(3)$  en una expansión combinada entre teoría de perturbaciones quirales y  $1/N_c$ . Para este fin utilizaremos el lagrangiano quiral que incorpora operadores con expansión  $1/N_c$  explícitamente dado por la ecuación 3.29 calculado en la Ref[20].

La corrección a la amplitud de decaimiento de onda  $s$  es de la forma

$$[A^{ia}, [A^{ib}, [Q^c, \mathcal{H}_W]]] \Pi^{ab}, \quad (4.28)$$

donde  $\Pi^{ab}$  es un tensor completamente simétrico que contiene integrales a un loop y se descompone en representaciones de sabor singlete, adjunta (8) y  $\bar{3}_S$  (27) como

$$\Pi^{ab} = F_1 \delta^{ab} + F_8 d^{ab8} + F_{27} \delta^{a8} \delta^{b8}. \quad (4.29)$$

La corrección puede ser organizada como

$$[A^{ia}, [A^{ib}, [Q^c, \mathcal{H}_W]]] (\Pi_1^{ab} + \Pi_8^{ab} + \Pi_{27}^{ab}), \quad (4.30)$$

de tal manera que podemos calcular separadamente cada contribución en las distintas representaciones.

La corrección implica el cálculo de los elementos de matriz de  $[A^{ia}, [A^{ib}, [Q^c, \mathcal{H}_W]]]$  que a partir de la ecuación 4.14 es

$$[A^{ia}, [A^{ib}, [Q^c, \mathcal{H}_W]]] = ic_1 f^{cue} [A^{ia}, [A^{ib}, T^e]] + \frac{ic_2 f^{cue}}{N_c} [A^{ia}, [A^{ib}, \{J^r, G^{re}\}], \quad (4.31)$$

el cual es un problema analítico bastante complicado, sin embargo, puede simplificarse notablemente si tomamos en cuenta que el conmutador de un operador de  $m$  cuerpos con un operador de  $n$  cuerpos es un operador de  $(m + n - 1)$  cuerpos, es decir

$$[\mathcal{O}^m, \mathcal{O}^n] = \mathcal{O}^{(m+n-1)}$$

como puede visualizarse a partir del álgebra de Lie que los generadores satisfacen.

La reducción se realiza algebraicamente utilizando herramientas sólidas de teoría de grupos. Por ejemplo, utilizamos repetidamente las relaciones

#### 4. DECAIMIENTOS NO LEPTÓNICOS DE HIPERONES

---

$$\begin{aligned}
 d^{aab} &= 0 \\
 d^{abc}d^{abd} &= (N_F - \frac{4}{N_F})\delta^{cd} \\
 f^{abc}f^{abd} &= N_F\delta^{cd} \\
 f^{abc}f^{ade}d^{bdf} &= \frac{N_F}{2}d^{cef} \\
 d^{abc}d^{ade}d^{bdf} &= \left(\frac{N_F}{2} - \frac{6}{N_F}\right)d^{cef} \\
 d^{abc}d^{ade}f^{bdf} &= \left(\frac{N_F}{2} - \frac{2}{N_F}\right)f^{cef}
 \end{aligned}$$

Realizaremos el cálculo explícito de algunos términos para ilustrar el procedimiento.

Consideremos el operador  $[G^{ia}, [G^{ia}, T^c]]$  y partamos de

$$[G^{ia}, [G^{ia}, T^c]] = [G^{ia}, -[T^c, G^{ia}]]. \quad (4.32)$$

Utilizando la identidad  $[T^a, G^{ib}] = if^{abc}G^{ic}$  tenemos que

$$\begin{aligned}
 [G^{ia}, [G^{ia}, T^c]] &= [G^{ia}, -if^{cad}G^{id}] \\
 &= -if^{cad}[G^{ia}, G^{id}].
 \end{aligned} \quad (4.33)$$

Usando la identidad  $[G^{ia}, G^{jb}] = \frac{i}{4}\delta^{ij}f^{abc}T^c + \frac{i}{2N_f}\delta^{ab}\epsilon^{ijk}J^k + \frac{i}{2}\epsilon^{ijk}d^{abc}G^{kc}$ , tenemos que

$$\begin{aligned}
 [G^{ia}, [G^{ia}, T^c]] &= -if^{cad} \left( \frac{i}{4}\delta^{ii}f^{ade}T^e + \frac{i}{2N_f}\delta^{ad}\epsilon^{iik}J^k + \frac{i}{2}\epsilon^{iik}d^{ade}G^{ke} \right) \\
 &= \frac{3}{4}f^{cad}f^{ade}T^e.
 \end{aligned} \quad (4.34)$$

donde se han utilizado las siguientes propiedades  $\delta^{ii} = 3$  y  $\epsilon^{iik} = 0$ .

Dado que las  $f^{abc}$  son totalmente antisimétricas bajo el intercambio de sus índices, es evidente que  $f^{cad} = f^{adc}$ . Al usar lo anterior y la siguiente identidad  $f^{abc}f^{abd} = N_f\delta^{cd}$  resulta

$$\begin{aligned}
 [G^{ia}, [G^{ia}, T^c]] &= \frac{3}{4} f^{adc} f^{ade} T^e \\
 &= \frac{3}{4} N_f \delta^{ce} T^e \\
 &= \frac{3}{4} N_f T^c.
 \end{aligned} \tag{4.35}$$

Por consiguiente, hemos demostrado que

$$[G^{ia}, [G^{ia}, T^c]] = \frac{3}{4} N_f T^c. \tag{4.36}$$

Similarmente mostraremos que

$$[G^{ia}, [D_2^{ia}, T^c]] + [D_2^{ia}, [G^{ia}, T^c]] = N_f \{J^r, G^{rc}\}, \tag{4.37}$$

donde  $D_2^{ia} = J^i T^a$ . Tenemos que

$$\begin{aligned}
 [G^{ia}, [D_2^{ia}, T^c]] + [D_2^{ia}, [G^{ia}, T^c]] &= [G^{ia}, [J^i T^a, T^c]] + [J^i T^a, [G^{ia}, T^c]] \\
 &= -[G^{ia}, [T^c, J^i T^a]] + [J^i T^a, [G^{ia}, T^c]].
 \end{aligned} \tag{4.38}$$

Utilizando la identidad  $[A, BC] = [A, B]C + B[A, C]$  resulta

$$[G^{ia}, [D_2^{ia}, T^c]] + [D_2^{ia}, [G^{ia}, T^c]] = -[G^{ia}, [T^c, J^i T^a] + J^i [T^c, T^a]] - [[G^{ia}, T^c], J^i T^a]. \tag{4.39}$$

Lo cual se simplifica al usar la identidad  $[J^i, T^a] = 0$ .

$$\begin{aligned}
 [G^{ia}, [D_2^{ia}, T^c]] + [D_2^{ia}, [G^{ia}, T^c]] &= -[G^{ia}, J^i [T^c, T^a]] - [[G^{ia}, T^c], J^i T^a] \\
 &= -[G^{ia}, J^i [T^c, T^a]] + [[T^c, G^{ia}], J^i T^a].
 \end{aligned} \tag{4.40}$$

Empleando las identidades  $[T^a, T^b] = i f^{abc} T^c$  y  $[T^a, G^{ib}] = i f^{abc} G^{ic}$  tenemos que

#### 4. DECAIMIENTOS NO LEPTÓNICOS DE HIPERONES

---

$$[G^{ia}, [D_2^{ia}, T^c]] + [D_2^{ia}, [G^{ia}, T^c]] = if^{acd}[G^{ia}, J^i T^d] + if^{cad}[G^{id}, J^i T^a]. \quad (4.41)$$

Nuevamente aplicando  $[A, BC] = [A, B]C + B[A, C]$

$$\begin{aligned} [G^{ia}, [D_2^{ia}, T^c]] + [D_2^{ia}, [G^{ia}, T^c]] &= if^{acd} ([G^{ia}, J^i]T^d + J^i[G^{ia}, T^d]) \\ &+ if^{cad} ([G^{id}, J^i]T^a + J^i[G^{id}, T^a]). \end{aligned} \quad (4.42)$$

Tomando en cuenta que  $f^{cad} = f^{dca}$  y haciendo el cambio de índices mudos  $d \rightarrow a$ ,  $a \rightarrow d$  es evidente que  $f^{cad} ([G^{id}, J^i]T^a + J^i[G^{id}, T^a]) = f^{acd} ([G^{ia}, J^i]T^d + J^i[G^{ia}, T^d])$ . Por consiguiente

$$[G^{ia}, [D_2^{ia}, T^c]] + [D_2^{ia}, [G^{ia}, T^c]] = 2if^{acd} ([G^{ia}, J^i]T^d + J^i[G^{ia}, T^d]). \quad (4.43)$$

Por otro lado, utilizando las identidades  $[J^i, G^{ja}] = i\epsilon^{ijk}G^{ka}$  y  $[T^a, G^{ib}] = if^{abc}G^{ic}$  tenemos que

$$\begin{aligned} [G^{ia}, J^i]T^d + J^i[G^{ia}, T^d] &= -[J^i, G^{ia}]T^d - J^i[T^d, G^{ia}] \\ &= -i\epsilon^{iik}G^{ka}T^d - if^{dae}J^iG^{ie} \\ &= -if^{dae}J^iG^{ie}. \end{aligned} \quad (4.44)$$

Por tanto

$$[G^{ia}, [D_2^{ia}, T^c]] + [D_2^{ia}, [G^{ia}, T^c]] = 2f^{acd}f^{dae}J^iG^{ie}. \quad (4.45)$$

Tomando en cuenta que  $f^{acd} = f^{dac}$  y la identidad  $f^{abc}f^{abd} = N_f\delta^{cd}$  resulta

$$\begin{aligned}
 [G^{ia}, [D_2^{ia}, T^c]] + [D_2^{ia}, [G^{ia}, T^c]] &= 2f^{dac} f^{dae} J^i G^{ie} \\
 &= 2N_f \delta^{ce} J^i G^{ie} \\
 &= 2N_f J^i G^{ic}.
 \end{aligned} \tag{4.46}$$

Utilizando la identidad  $2AB = [A, B] + \{A, B\}$  tenemos que

$$\begin{aligned}
 2J^i G^{ic} &= [J^i, G^{ic}] + \{J^i, G^{ic}\} \\
 &= i\epsilon^{iik} G^{kc} + \{J^i, G^{ic}\} \\
 &= \{J^i, G^{ic}\}.
 \end{aligned} \tag{4.47}$$

Entonces

$$[G^{ia}, [D_2^{ia}, T^c]] + [D_2^{ia}, [G^{ia}, T^c]] = N_f \{J^i, G^{ic}\}. \tag{4.48}$$

Cambio el cambio de índice mudo  $i \rightarrow r$ , encontramos finalmente

$$[G^{ia}, [D_2^{ia}, T^c]] + [D_2^{ia}, [G^{ia}, T^c]] = N_f \{J^r, G^{rc}\}. \tag{4.49}$$

El resto de las reducciones de los operadores de bariones de la forma  $[A^{ia}, [A^{ib}, T^e]]$  para las contribuciones de sabor singulete, octete y 27 fueron calculados en la Ref[29] y se incluyen el apéndice D. El cálculo de las reducciones de los operadores de la forma  $[A^{ia}, [A^{ib}, \{J^r, G^{re}\}]]$  es el tema central de esta tesis.

#### 4.3.0.1. Cálculo de contracciones para $[A^{ia}, [A^{ib}, \{J^r, G^{re}\}]]$

- Singulete. Se obtiene al contraer con  $\delta^{ab}$

$$[G^{ia}, [G^{ia}, \{J^r, G^{rc}\}]] = \frac{1}{4} (4 + 7N_f) \{J^i, G^{ic}\} - \frac{3}{2} (N_c + N_f) T^c. \tag{4.50}$$

#### 4. DECAIMIENTOS NO LEPTÓNICOS DE HIPERONES

---

$$\begin{aligned}
& [G^{ia}, [D_2^{ia}, \{J^r, G^{rc}\}]] + [D_2^{ia}, [G^{ia}, \{J^r, G^{rc}\}]] = \\
& \frac{1}{2}(-2 + N_f) \{J^2, T^c\} + (N_c + N_f) \{J^i, G^{ic}\}.
\end{aligned} \tag{4.51}$$

$$\begin{aligned}
& [G^{ia}, [D_3^{ia}, \{J^r, G^{rc}\}]] + [D_3^{ia}, [G^{ia}, \{J^r, G^{rc}\}]] = N_f \{J^2, \{J^i, G^{ic}\}\} \\
& + (-N_c - N_f) \{J^2, T^c\} + (N_c^2 + 2N_f + 2N_c N_f) \{J^i, G^{ic}\}.
\end{aligned} \tag{4.52}$$

$$\begin{aligned}
& [G^{ia}, [O_3^{ia}, \{J^r, G^{rc}\}]] + [O_3^{ia}, [G^{ia}, \{J^r, G^{rc}\}]] = 3(2 + N_f) \{J^2, \{J^i, G^{ic}\}\} \\
& - \frac{7}{2}(N_c + N_f) \{J^2, T^c\} - \frac{3}{2}(N_c^2 - 4N_f + 2N_c N_f) \{J^i, G^{ic}\} - 6(N_c + N_f) T^c.
\end{aligned} \tag{4.53}$$

$$[D_2^{ia}, [D_2^{ia}, \{J^r, G^{rc}\}]] = \frac{1}{2} N_f \{J^2, \{J^i, G^{ic}\}\}. \tag{4.54}$$

$$\begin{aligned}
& [D_2^{ia}, [D_3^{ia}, \{J^r, G^{rc}\}]] + [D_3^{ia}, [D_2^{ia}, \{J^r, G^{rc}\}]] = (-2 + N_f) \{J^2, \{J^2, T^c\}\} \\
& + 2(N_c + N_f) \{J^2, \{J^i, G^{ic}\}\}.
\end{aligned} \tag{4.55}$$

$$[D_2^{ia}, [O_3^{ia}, \{J^r, G^{rc}\}]] + [O_3^{ia}, [D_2^{ia}, \{J^r, G^{rc}\}]] = 0. \tag{4.56}$$

$$\begin{aligned}
& [D_3^{ia}, [D_3^{ia}, \{J^r, G^{rc}\}]] = N_f \{J^2, \{J^2, \{J^r, g^{rc}\}\}\} + (-N_c - N_f) \{J^2, \{J^2, T^c\}\} \\
& + (N_c^2 + 2N_f + 2N_c N_f) \{J^2, \{J^i, G^{ic}\}\}.
\end{aligned} \tag{4.57}$$

$$[D_3^{ia}, [O_3^{ia}, \{J^r, G^{rc}\}]] + [O_3^{ia}, [D_3^{ia}, \{J^r, G^{rc}\}]] = 0. \tag{4.58}$$

$$\begin{aligned}
[O_3^{ia}, [O_3^{ia}, \{J^r, G^{rc}\}]] &= \frac{1}{2} (10 + 3N_f) \{J^2, \{J^2, \{J^r, G^{rc}\}\}\} \\
&- \frac{9}{4} (N_c + N_f) \{J^2, \{J^2, T^c\}\} + \frac{1}{4} (24 - 5N_c^2 + 38N_f - 10N_c N_f) \{J^2, \{J^i, G^{ic}\}\} \\
&- \frac{19}{2} (N_c + N_f) \{J^2, T^c\} - \frac{3}{2} (N_c^2 - 4N_f + 2N_c N_f) \{J^i, G^{ic}\} - 6 (N_c + N_f) T^c.
\end{aligned} \tag{4.59}$$

- Octete. Se obtiene al contraer con  $d^{ab8}$

$$\begin{aligned}
d^{ab8} [G^{ia}, [G^{ib}, \{J^r, G^{rc}\}]] &= (1 + N_f) \{G^{rc}, G^{r8}\} - \frac{3}{4} \{T^c, T^8\} + \\
\frac{1}{8} (4 + 3N_f) d^{c8e} \{J^r, G^{re}\} &- \frac{3}{4} (N_c + N_f) d^{c8e} T^e - \frac{(-1 - N_f) \delta^{c8}}{N_f} J^2 \\
- \frac{3(N_c^2 + 2N_c N_f) \delta^{c8}}{4N_f}. &
\end{aligned} \tag{4.60}$$

$$\begin{aligned}
d^{ab8} [G^{ia}, [D_2^{ib}, \{J^r, G^{rc}\}]] + d^{ab8} [D_2^{ia}, [G^{ib}, \{J^r, G^{rc}\}]] &= -\frac{1}{2} \{T^c, \{J^r, G^{r8}\}\} \\
+ \frac{1}{2} \{T^8, \{J^r, G^{rc}\}\} + \frac{1}{4} (-2 + N_f) d^{c8e} \{J^2, T^e\} &+ \frac{1}{2} (N_c + N_f) d^{c8e} \{J^r, G^{re}\}.
\end{aligned} \tag{4.61}$$

$$\begin{aligned}
d^{ab8} [G^{ia}, [D_3^{ib}, \{J^r, G^{rc}\}]] + d^{ab8} [D_3^{ia}, [G^{ib}, \{J^r, G^{rc}\}]] &= (-4 + N_f) \{J^2, \{G^{rc}, G^{r8}\}\} + \frac{1}{4} (-2 + 3N_f) \{J^2, \{T^c, T^8\}\} \\
- N_f \{\{J^r, G^{rc}\}, \{J^m, G^{m8}\}\} + (N_c + N_f) \{T^8, \{J^r, G^{rc}\}\} &+ \frac{1}{2} (-2 + N_f) \\
\times d^{c8e} \{J^2, \{J^r, G^{re}\}\} + \frac{1}{2} (-N_c - N_f) d^{c8e} \{J^2, T^e\} &+ N_f d^{c8e} \{J^r, G^{re}\} \\
- N_f d^{cab} d^{8be} \{J^2, \{G^{ra}, G^{re}\}\} - N_f f^{cab} f^{8be} \{J^2, \{G^{ra}, G^{re}\}\} &- \frac{N_c (N_c + 2N_f) \delta^{c8}}{N_f} J^2.
\end{aligned} \tag{4.62}$$

#### 4. DECAIMIENTOS NO LEPTÓNICOS DE HIPERONES

---

$$\begin{aligned}
& d^{ab8} [G^{ia}, [O_3^{ib}, \{J^r, G^{rc}\}]] + d^{ab8} [O_3^{ia}, [G^{ib}, \{J^r, G^{rc}\}]] = \\
& \frac{(-16 - 24N_f - 7N_f^2) \{J^2, \{G^{rc}, G^{r8}\}\}}{2N_f} - \frac{(24 + 50N_f + 15N_f^2) \{J^2, \{T^c, T^8\}\}}{8N_f} \\
& + \frac{1}{2} (4 + N_f) \{\{J^r, G^{rc}\}, \{J^m, G^{m8}\}\} + 4(1 + N_f) \{G^{rc}, G^{r8}\} - 3\{T^c, T^8\} \\
& - \frac{3}{2} (N_c + N_f) \{T^8, \{J^r, G^{rc}\}\} - \frac{(-4 - N_f + N_f^2) d^{c8e}}{2N_f} \{J^2, \{J^r, G^{re}\}\} \\
& - \frac{1}{4N_f} (-12N_c - 12N_f - 5N_c N_f - 5N_f^2 - 6N_c N_f^2 - 6N_f^3) d^{c8e} \{J^2, T^e\} \tag{4.63} \\
& + (-2 + N_f) d^{c8e} \{J^r, G^{re}\} + \frac{1}{2} (4 + N_f) d^{cab} d^{8be} \{J^2, \{G^{ra}, G^{re}\}\} \\
& - \frac{1}{2N_f} (-16 - 20N_f - 9N_f^2) f^{cab} f^{8be} \{J^2, \{G^{ra}, G^{re}\}\} - 3(N_c + N_f) d^{c8e} T^e \\
& - \frac{1}{2N_f^2} (-12N_c^2 + 8N_f - 24N_c N_f - 5N_c^2 N_f - 16N_f^2 - 10N_c N_f^2 - 6N_c^2 N_f^2 \\
& - 12N_c N_f^3) \delta^{c8} J^2 - \frac{3(N_c^2 + 2N_c N_f) \delta^{c8}}{N_f}.
\end{aligned}$$

$$d^{ab8} [D_2^{ia}, [D_2^{ib}, \{J^r, G^{rc}\}]] = \frac{1}{4} N_f d^{c8e} \{J^2, \{J^r, G^{re}\}\}. \tag{4.64}$$

$$\begin{aligned}
& d^{ab8} [D_2^{ia}, [D_3^{ib}, \{J^r, G^{rc}\}]] + d^{ab8} [D_3^{ia}, [D_2^{ib}, \{J^r, G^{rc}\}]] \\
& = -\{J^2, \{T^c, \{J^r, G^{r8}\}\}\} + \{J^2, \{T^8, \{J^r, G^{rc}\}\}\} \tag{4.65} \\
& + \frac{1}{2} (-2 + N_f) d^{c8e} \{J^2, \{J^2, T^e\}\} + (N_c + N_f) d^{c8e} \{J^2, \{J^r, G^{re}\}\}.
\end{aligned}$$

$$d^{ab8} [D_2^{ia}, [O_3^{ib}, \{J^r, G^{rc}\}]] + d^{ab8} [O_3^{ia}, [D_2^{ib}, \{J^r, G^{rc}\}]] = 0. \tag{4.66}$$

$$\begin{aligned}
d^{ab8} [D_3^{ia}, [D_3^{ib}, \{J^r, G^{rc}\}]] &= 2N_f \{J^2, \{J^2, \{G^{rc}, G^{r8}\}\}\} - 2\{J^2, \{J^2, \{T^c, T^8\}\}\} \\
&- N_f \{J^2, \{\{J^r, G^{rc}\}, \{J^m, G^{m8}\}\}\} + 2(N_c^2 + 2N_c N_f) \{J^2, \{G^{rc}, G^{r8}\}\} - \frac{3}{2}(N_c^2 \\
&+ 2N_c N_f) \{J^2, \{T^c, T^8\}\} + (N_c + N_f) \{J^2, \{T^8, \{J^r, G^{rc}\}\}\} + \frac{1}{2} N_f d^{c8e} \\
&\times \{J^2, \{J^2, \{J^r, G^{re}\}\}\} + (N_c + N_f) d^{c8e} \{J^2, \{J^2, T^e\}\} + (-N_c^2 + N_f - 2N_c N_f) \quad (4.67) \\
&\times d^{c8e} \{J^2, \{J^r, G^{re}\}\} + \frac{3}{2} (N_c^3 + 3N_c^2 N_f + 2N_c N_f^2) d^{c8e} \{J^2, T^e\} \\
&+ 4f^{cab} f^{8be} \{J^2, \{J^2, \{G^{ra}, G^{re}\}\}\} + 4(N_c^2 + 2N_c N_f) f^{cab} f^{8be} \{J^2, \{G^{ra}, G^{re}\}\} \\
&+ \frac{3(N_c^4 + 4N_c^3 N_f + 4N_c^2 N_f^2) \delta^{e8}}{N_f} J^2.
\end{aligned}$$

$$d^{ab8} [D_3^{ia}, [O_3^{ib}, \{J^r, G^{rc}\}]] + d^{ab8} [O_3^{ia}, [D_3^{ib}, \{J^r, G^{rc}\}]] = 0. \quad (4.68)$$

$$\begin{aligned}
& d^{ab8} [O_3^{ia}, [O_3^{ib}, \{J^r, G^{rc}\}]] \\
&= \frac{3}{2} (4 + N_f) \{J^2, \{J^2, \{G^{rc}, G^{r8}\}\}\} - \frac{3}{4} (4 + N_f) \{J^2, \{J^2, \{T^c, T^8\}\}\} \\
&+ \frac{1}{4} (8 + N_f) \{J^2, \{\{J^r, G^{rc}\}, \{J^m, G^{m8}\}\}\} - \frac{1}{2N_f} (-16 - 24N_f - 3N_c^2 N_f - 31N_f^2 \\
&- 6N_c N_f^2 - 3N_c^2 N_f^2 - 6N_c N_f^3) \{J^2, \{G^{rc}, G^{r8}\}\} - \frac{1}{8N_f} (24 + 50N_f + 9N_c^2 N_f + 63N_f^2 \\
&+ 18N_c N_f^2 + 9N_c^2 N_f^2 + 18N_c N_f^3) \{J^2, \{T^c, T^8\}\} - \frac{5}{4} (N_c + N_f) \{J^2, \{T^8, \{J^r, G^{rc}\}\}\} \\
&+ \frac{1}{2} (4 + N_f) \{\{J^r, G^{rc}\}, \{J^m, G^{m8}\}\} + 4(1 + N_f) \{G^{rc}, G^{r8}\} - 3\{T^c, T^8\} - \frac{3}{2} (N_c + N_f) \\
&\times \{T^8, \{J^r, G^{rc}\}\} - \frac{1}{4} N_f d^{c8e} \{J^2, \{J^2, \{J^r, G^{re}\}\}\} + \frac{3}{4} (N_c + N_f + N_c N_f + N_f^2) d^{c8e} \\
&\times \{J^2, \{J^2, T^e\}\} - \frac{1}{4N_f} (-8 - 2N_f + 3N_c^2 N_f + 13N_f^2 + 6N_c N_f^2 + 3N_c^2 N_f^2 + 6N_c N_f^3) d^{c8e} \\
&\times \{J^2, \{J^r, G^{re}\}\} - \frac{1}{8N_f} (-24N_c - 24N_f + 38N_c N_f - 9N_c^3 N_f + 38N_f^2 - 60N_c N_f^2 - 27N_c^2 N_f^2 \\
&- 9N_c^3 N_f^2 - 60N_f^3 - 18N_c N_f^3 - 27N_c^2 N_f^3 - 18N_c N_f^4) d^{c8e} \{J^2, T^e\} + (-2 + N_f) d^{c8e} \{J^r, G^{re}\} \\
&+ \frac{1}{2} (4 + N_f) d^{cab} d^{8be} \{J^2, \{G^{ra}, G^{re}\}\} + (5 + 2N_f) f^{cab} f^{8be} \{J^2, \{J^2, \{G^{ra}, G^{re}\}\}\} - \frac{1}{2N_f} (-16 \\
&- 4N_f - 6N_c^2 N_f - 41N_f^2 - 12N_c N_f^2 - 6N_c^2 N_f^2 - 12N_c N_f^3) f^{cab} f^{8be} \{J^2, \{G^{ra}, G^{re}\}\} \\
&- 3(N_c + N_f) d^{c8e} T^e - \frac{1}{4N_f^2} (-24N_c^2 + 16N_f - 48N_c N_f + 38N_c^2 N_f - 9N_c^4 N_f - 32N_f^2 \\
&+ 76N_c N_f^2 - 60N_c^2 N_f^2 - 36N_c^3 N_f^2 - 9N_c^4 N_f^2 - 120N_c N_f^3 - 36N_c^2 N_f^3 - 36N_c^3 N_f^3 \\
&- 36N_c^2 N_f^4) \delta^{c8} J^2 - \frac{3(N_c^2 + 2N_c N_f) \delta^{c8}}{N_f}.
\end{aligned} \tag{4.69}$$

- 27. Se obtiene al contraer con  $\delta^{a8} \delta^{b8}$

$$\begin{aligned}
& [G^{i8}, [G^{i8}, \{J^r, G^{rc}\}]] = -2d^{c8e} \{G^{re}, G^{r8}\} + d^{88e} \{G^{rc}, G^{re}\} + \frac{1}{2} d^{c8e} d^{8eg} \{J^r, G^{rg}\} \\
&+ \frac{1}{4} f^{c8e} f^{8eg} \{J^r, G^{rg}\} + \frac{d^{c88} J^2}{N_f} - \frac{\delta^{c8} \{J^r, G^{r8}\}}{N_f} + \frac{\delta^{88} \{J^r, G^{rc}\}}{N_f}.
\end{aligned} \tag{4.70}$$

$$\begin{aligned}
& [G^{i8}, [D_2^{i8}, \{J^r, G^{rc}\}]] + [D_2^{i8}, [G^{i8}, \{J^r, G^{rc}\}]] \\
& = f^{c8e} f^{eab} \{T^a, \{G^{r8}, G^{rb}\}\} + f^{c8e} f^{8eg} \frac{1}{2} \{J^2, T^g\} - \frac{3}{8} (-4 + N_f) f^{c8e} f^{8eg} T^g.
\end{aligned} \tag{4.71}$$

$$\begin{aligned}
& [G^{i8}, [D_3^{i8}, \{J^r, G^{rc}\}]] + [D_3^{i8}, [G^{i8}, \{J^r, G^{rc}\}]] = -2\{\{G^{rc}, G^{r8}\}, \{J^m, G^{m8}\}\} \\
& + 2\{\{J^r, G^{rc}\}, \{G^{m8}, G^{m8}\}\} - 2d^{c8e} \{J^2, \{G^{re}, G^{r8}\}\} + d^{c8e} \{\{J^r, G^{re}\}, \{J^m, G^{m8}\}\} \\
& + 2d^{88e} \{J^2, \{G^{rc}, G^{re}\}\} - d^{88e} \{\{J^r, G^{rc}\}, \{J^m, G^{me}\}\} + f^{c8e} f^{8eg} \{J^2, \{J^r, G^{rg}\}\} \\
& + f^{c8e} f^{8eg} \frac{3}{2} \{J^r, G^{rg}\}.
\end{aligned} \tag{4.72}$$

$$\begin{aligned}
& [G^{i8}, [O_3^{i8}, \{J^r, G^{rc}\}]] + [O_3^{i8}, [G^{i8}, \{J^r, G^{rc}\}]] = 3\{\{G^{rc}, G^{r8}\}, \{J^m, G^{m8}\}\} \\
& - 3\{\{J^r, G^{rc}\}, \{G^{m8}, G^{m8}\}\} - 5d^{c8e} \{J^2, \{G^{re}, G^{r8}\}\} + d^{c8e} \frac{1}{2} \{\{J^r, G^{re}\}, \{J^m, G^{m8}\}\} \\
& - 8d^{c8e} \{G^{re}, G^{r8}\} + d^{c88} N_f \frac{2\{J^2, J^2\}}{+} d^{88e} \{J^2, \{G^{rc}, G^{re}\}\} + d^{88e} \frac{1}{2} \{\{J^r, G^{rc}\}, \{J^m, G^{me}\}\} \\
& + 4d^{88e} \{G^{rc}, G^{re}\} + d^{c8e} d^{8eg} \{J^2, \{J^r, G^{rg}\}\} + 2d^{c8e} d^{8eg} \{J^r, G^{rg}\} - f^{c8e} f^{8eg} \frac{5}{4} \{J^r, G^{rg}\} \\
& + \frac{4d^{c88} J^2}{N_f} - \delta^{c8} N_f \frac{2\{J^2, \{J^r, G^{r8}\}\}}{-} \delta^{c8} N_f \frac{4\{J^r, G^{r8}\} 2\{J^2, \{J^r, G^{rc}\}\}^{88}}{+} N_f \\
& + \delta^{88} N_f \frac{4\{J^r, G^{rc}\}}{.}
\end{aligned} \tag{4.73}$$

$$[D_2^{i8}, [D_2^{i8}, \{J^r, G^{rc}\}]] = f^{c8e} f^{8eg} \frac{1}{2} \{J^2, \{J^r, G^{rg}\}\}. \tag{4.74}$$

$$\begin{aligned}
& [D_2^{i8}, [D_3^{i8}, \{J^r, G^{rc}\}]] + [D_3^{i8}, [D_2^{i8}, \{J^r, G^{rc}\}]] = 2f^{c8e} f^{eab} \{J^2, \{T^a, \{G^{r8}, G^{rb}\}\}\} \\
& + f^{c8e} f^{8eg} \{J^2, \{J^2, T^g\}\} - \frac{3}{4} (-4 + N_f) f^{c8e} f^{8eg} \{J^2, T^g\}.
\end{aligned} \tag{4.75}$$

#### 4. DECAIMIENTOS NO LEPTÓNICOS DE HIPERONES

---

$$[D_2^{i8}, [O_3^{i8}, \{J^r, G^{rc}\}]] + [O_3^{i8}, [D_2^{i8}, \{J^r, G^{rc}\}]] = 0. \quad (4.76)$$

$$\begin{aligned} [D_3^{i8}, [D_3^{i8}, \{J^r, G^{rc}\}]] &= -2\{J^2, \{\{G^{rc}, G^{r8}\}, \{J^m, G^{m8}\}\}\} + 2\{J^2, \{\{J^r, G^{rc}\}, \\ &\{G^{m8}, G^{m8}\}\}\} - 2d^{c8e}\{J^2, \{J^2, \{G^{re}, G^{r8}\}\}\} + d^{c8e}\{J^2, \{\{J^r, G^{re}\}, \{J^m, G^{m8}\}\}\} \\ &+ 2d^{88e}\{J^2, \{J^2, \{G^{rc}, G^{re}\}\}\} - d^{88e}\{J^2, \{\{J^r, G^{rc}\}, \{J^m, G^{me}\}\}\} \\ &+ f^{c8e}f^{8eg}\{J^2, \{J^2, \{J^r, G^{rg}\}\}\} + f^{c8e}f^{8eg}\frac{3}{2}\{J^2, \{J^r, G^{rg}\}\}. \end{aligned} \quad (4.77)$$

$$[D_3^{i8}, [O_3^{i8}, \{J^r, G^{rc}\}]] + [O_3^{i8}, [D_3^{i8}, \{J^r, G^{rc}\}]] = 0. \quad (4.78)$$

$$\begin{aligned} [O_3^{i8}, [O_3^{i8}, \{J^r, G^{rc}\}]] &= \frac{5}{2}\{J^2, \{\{G^{rc}, G^{r8}\}, \{J^m, G^{m8}\}\}\} - \frac{5}{2}\{J^2, \{\{J^r, G^{rc}\}, \{G^{m8}, G^{m8}\}\}\} \\ &+ 3\{\{G^{rc}, G^{r8}\}, \{J^m, G^{m8}\}\}\} - 3\{\{J^r, G^{rc}\}, \{G^{m8}, G^{m8}\}\}\} - \frac{7}{2}\{J^2, \{J^2, \{G^{re}, G^{r8}\}\}\}d^{c8e} \\ &+ \frac{3}{4}\{J^2, \{\{J^r, G^{re}\}, \{J^m, G^{m8}\}\}\}d^{c8e} - 13\{J^2, \{G^{re}, G^{r8}\}\}d^{c8e} + \frac{1}{2}\{\{J^r, G^{re}\}, \{J^m, G^{m8}\}\}d^{c8e} \\ &- 8\{G^{re}, G^{r8}\}d^{c8e} + \frac{6\{J^2, J^2\}d^{c88}}{N_f} + \frac{\{J^2, \{J^2, J^2\}\}d^{c88}}{N_f} + \frac{1}{2}\{J^2, \{J^2, \{G^{rc}, G^{re}\}\}\}d^{88e} \\ &+ \frac{1}{4}\{J^2, \{\{J^r, G^{rc}\}, \{J^m, G^{me}\}\}\}d^{88e} + 5\{J^2, \{G^{rc}, G^{re}\}\}d^{88e} + \frac{1}{2}\{\{J^r, G^{rc}\}, \{J^m, G^{me}\}\}d^{88e} \\ &+ 4\{G^{rc}, G^{re}\}d^{88e} + \frac{1}{2}\{J^2, \{J^2, \{J^r, G^{rg}\}\}\}d^{c8e}d^{8eg} + 3\{J^2, \{J^r, G^{rg}\}\}d^{c8e}d^{8eg} \\ &+ 2\{J^r, G^{rg}\}d^{c8e}d^{8eg} - \frac{7}{8}\{J^2, \{J^r, G^{rg}\}\}f^{c8e}f^{8eg} - \frac{5}{4}\{J^r, G^{rg}\}f^{c8e}f^{8eg} + \frac{4d^{c88}J^2}{N_f} \\ &- \frac{1}{N_f}\{J^2, \{J^2, \{J^r, G^{r8}\}\}\}\delta^{c8} - \frac{6\{J^2, \{J^r, G^{r8}\}\}\delta^{c8}}{N_f} - \frac{4\{J^r, G^{r8}\}\delta^{c8}}{N_f} + \frac{1}{N_f}\{J^2, \{J^2, \\ &\{J^r, G^{rc}\}\}\}\delta^{88} + \frac{6\{J^2, \{J^r, G^{rc}\}\}\delta^{88}}{N_f} + \frac{4\{J^r, G^{rc}\}\delta^{88}}{N_f}. \end{aligned} \quad (4.79)$$

Estas expresiones proporcionan las correcciones a orden  $m_q \ln(m_q)$  a las amplitudes de decaimiento de onda  $s$ . El cálculo de los elementos de matriz pueden evaluarse directamente

### 4.3 Correcciones a orden $m_q \ln(m_q)$ a las amplitudes de decaimiento de onda $s$

usando las funciones de sabor contenidas en el apéndice E pero eso va más allá del alcance de este trabajo.



## Conclusiones

---

En este trabajo concluimos lo siguiente:

1. El cálculo de propiedades estáticas nos permite comprender la estructura fundamental de los bariones, sin embargo, a estas escalas de energía la QCD es no perturbativa y es necesario utilizar métodos alternativos tales como la expansión  $1/N_c$  y la teoría de perturbaciones quirales.
2. El cálculo de las contribuciones a las amplitudes de decaimientos no leptónicos de hiperones sigue siendo un problema abierto debido al hecho de que las amplitudes de onda S y onda P no pueden ser reproducidas simultáneamente, lo que trae como consecuencia que el mecanismo de mejora de las amplitudes  $\Delta I = 1/2$  no esté entendido del todo.
3. El cálculo de la amplitud de decaimiento de onda  $s$  realizado en el esquema de la expansión  $1/N_c$  y la teoría de perturbaciones quirales concuerda bastante bien con los resultados experimentales.
4. Se espera que el cálculo de la amplitud de onda  $s$  dentro del marco de la teoría de perturbaciones quirales para  $N_c$  grande reproduzca de manera satisfactoria los datos experimentales, sin embargo, el cálculo completo va más allá de los objetivos de este trabajo.



## Lagrangiano en teoría cuántica de campos

---

En mecánica clásica la formulación más general de la ley del movimiento de los sistemas mecánicos es el principio de mínima acción (o principio de Hamilton), que matemáticamente puede escribirse:

$$\delta \int L dt = 0, \quad (\text{A.1})$$

y que conduce a las ecuaciones de Lagrange:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0. \quad (\text{A.2})$$

Si se conoce la función Lagrangiana  $L$  de un sistema mecánico dado, entonces las ecuaciones (A.2) establecen la relación entre las aceleraciones, las velocidades y las coordenadas, es decir son las ecuaciones de movimiento del sistema.

La teoría cuántica de campos se basa en un concepto similar donde el punto de partida es la **densidad de Lagrangiana**

$$\mathcal{L}(\psi_\sigma, \frac{\partial \psi_\sigma}{\partial x_\mu}), \quad (\text{A.3})$$

a partir del cual se obtiene la función Lagrangiana por integración sobre el volumen tridimensional  $V$

$$L = \int_V \mathcal{L}(\psi_\sigma, \frac{\partial \psi_\sigma}{\partial x_\mu}) d^3x. \quad (\text{A.4})$$

En general, la densidad lagrangiana  $\mathcal{L}$  depende de los campos  $\psi_\sigma$  y de sus derivadas  $\partial \psi_\sigma / \partial x_\mu$ . Así, el principio de mínima acción (A.1) puede escribirse:

$$\begin{aligned}\delta \int L dt &= \delta \int \mathcal{L}(\psi_\sigma, \frac{\partial \psi_\sigma}{\partial x_\mu}) d^3 x dt \\ &= \delta \int \mathcal{L}(\psi_\sigma, \frac{\partial \psi_\sigma}{\partial x_\mu}) d^4 x = 0,\end{aligned}\tag{A.5}$$

de donde se obtienen ecuaciones de Euler-Lagrange:

$$\frac{\partial}{\partial x_\mu} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial \psi_\sigma / \partial x^\mu)} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \psi_\sigma} = 0.\tag{A.6}$$

Dentro de la teoría cuántica de campos (A.6) representan las ecuaciones de movimiento y son análogas a las ecuaciones clásicas de movimiento (A.2). En (A.2) se tiene en cuenta la función de Lagrangiana  $L$ , mientras que en (A.6)  $L$  se sustituye por la densidad lagrangiana  $\mathcal{L}$ .

## El Lagrangiano de la QED

---

La electrodinámica cuántica (QED) es la teoría cuántica del campo electromagnético, la cual se obtiene a partir de la promoción de la simetría global  $U(1)$  del Lagrangiano que describe un electrón libre

$$\Psi \mapsto \exp(i\Theta)\Psi : \mathcal{L}_{libre} = \bar{\Psi}(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\Psi \mapsto \mathcal{L}_{libre}, \quad (\text{B.1})$$

a una simetría local. En este proceso, se permite que el parámetro  $0 \leq \Theta < 2\pi$  que describe un elemento de  $U(1)$  varíe suavemente en el espacio-tiempo,  $\Theta \rightarrow \Theta(x)$ . Para mantener la invariancia del Lagrangiano bajo transformaciones locales se introduce un potencial cuadvivector  $\mathcal{A}_\mu$  dentro de la teoría el cual se transforma bajo la transformación de norma  $\mathcal{A}_\mu \mapsto \mathcal{A}_\mu + \partial_\mu\Theta/e$ . El método se conoce como calibrar el Lagrangiano con respecto a  $U(1)$

$$\mathcal{L}_{QED} = \bar{\Psi} [i\gamma^\mu (\partial_\mu - ie\mathcal{A}) - m] \Psi - \frac{1}{4} \mathcal{F}_{\mu\nu} \mathcal{F}^{\mu\nu}, \quad (\text{B.2})$$

donde  $\mathcal{F}_{\mu\nu} = \partial_\mu\mathcal{A}_\nu - \partial_\nu\mathcal{A}_\mu$  denota el tensor de campo electromagnético.

La derivada covariante de  $\Psi$

$$D_\mu\Psi \equiv (\partial_\mu - ie\mathcal{A}_\mu)\Psi \quad (\text{B.3})$$

se define de tal manera que bajo una transformación de norma de segunda clase

$$\Psi(x) \mapsto \exp[i\Theta(x)]\Psi(x), \quad \mathcal{A}_\mu(x) \mapsto \mathcal{A}_\mu(x) + \partial_\mu\Theta(x)/e \quad (\text{B.4})$$

se transforma de la misma manera que  $\Psi$

$$D_\mu \Psi(x) \mapsto \exp[i\Theta(x)] D_\mu \Psi(x). \quad (\text{B.5})$$

En la Eq. B.2, el término que contiene la intensidad de campo al cuadrado hace al potencial de norma un grado dinámico de libertad al contrario que un campo externo puro. Un término de masa  $M^2 \mathcal{A}^2/2$  no está incluido ya que violaría la invariancia de norma y de este modo el principio de norma requiere bosones de norma sin masa. En el caso presente identificamos  $\mathcal{A}_\mu$  con el potencial cuadrivector electromagnético y  $\mathcal{F}_{\mu\nu}$  con el tensor de campo que contiene los campos eléctricos y magnéticos. El principio de norma ha (naturalmente) generado la interacción del campo electromagnético con la materia

$$\mathcal{L}_{int} = -(-e) \bar{\Psi} \gamma^\mu \Psi \mathcal{A}_\mu = -J^\mu \mathcal{A}_\mu, \quad (\text{B.6})$$

donde  $J^\mu$  denota la corriente (densidad) electromagnética. Si el grupo de norma subyacente es no Abelian, el principio de norma asocia un campo de norma independiente con cada parámetro continuo independiente del grupo de norma.

## Campos de Quark de Mano-Izquierda y Mano-Derecha

---

Para exponer en detalle las simetrías globales del lagrangiano en el límite quiral, consideramos la matriz de quiralidad  $\gamma_5 = \gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 = \gamma_5^\dagger$ ,  $\{\gamma^\mu, \gamma_5\} = 0$ ,  $\gamma_5^2 = \mathbb{1}$ , e introducimos los operadores de proyección

$$P_R = \frac{1}{2}(\mathbb{1} + \gamma_5) = P_R^\dagger, \quad P_L = \frac{1}{2}(\mathbb{1} - \gamma_5) = P_L^\dagger, \quad (\text{C.1})$$

donde los subíndices  $R$  y  $L$  se refieren a mano-derecha y mano-izquierda, respectivamente, lo cual quedará más claro a continuación. Las matrices  $4 \times 4$   $P_R$  y  $P_L$  satisfacen las relaciones,

$$P_R + P_L = \mathbb{1}, \quad (\text{C.2})$$

$$P_R^2 = P_R, \quad P_L^2 = P_L, \quad (\text{C.3})$$

y

$$P_R P_L = P_L P_R = 0. \quad (\text{C.4})$$

Las propiedades combinadas de las Ecs. C.1 - C.4 garantizan que  $P_R$  y  $P_L$  son, en efecto, operadores de proyección que proyectan a partir de la variable  $q$  del campo de Dirac a sus componentes quirales  $q_R$  y  $q_L$ ,

## C. CAMPOS DE QUARK DE MANO-IZQUIERDA Y MANO-DERECHA

---

$$q_R = P_R q, \quad q_L = P_L q. \quad (\text{C.5})$$

Recordemos en este contexto que una variable (campo) quiral es aquella que bajo paridad no se transforma ni en la variable original ni en su negativo. Bajo paridad, el campo de quark se transforma en su conjugado de paridad,

$$P : q(t, \vec{x}) \mapsto \gamma_0 q(t, -\vec{x}), \quad (\text{C.6})$$

y por lo tanto

$$q_R(t, \vec{x}) = P_R q(t, \vec{x}) \mapsto P_R \gamma_0 q(t, -\vec{x}) = \gamma_0 P_L q(t, -\vec{x}) = \gamma_0 q_L(t, -\vec{x}) \neq \pm q_R(t, -\vec{x}), \quad (\text{C.7})$$

y de manera similar para  $q_L$ .

En la representación estándar de las matrices de Dirac encontramos

$$P_R = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \mathbb{1}_{2 \times 2} & \mathbb{1}_{2 \times 2} \\ \mathbb{1}_{2 \times 2} & \mathbb{1}_{2 \times 2} \end{pmatrix}, \quad P_L = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \mathbb{1}_{2 \times 2} & -\mathbb{1}_{2 \times 2} \\ -\mathbb{1}_{2 \times 2} & \mathbb{1}_{2 \times 2} \end{pmatrix}. \quad (\text{C.8})$$

En el límite relativista extremo (o más bien, en el límite de masa cero), los operadores  $P_R$  y  $P_L$  proyectan en los eigenestados de helicidad positivos y negativos, i.e., en este límite la quiralidad es igual a la helicidad.

Nuestro propósito es analizar la simetría del Lagrangiano de la QCD con respecto a las transformaciones globales independientes de los campos de mano izquierda y mano derecha. Hay 16 matrices  $\Gamma$  de  $4 \times 4$  independientes, las cuales se pueden expresar en términos de la matriz identidad  $\mathbb{1}$ , las matrices de Dirac  $\gamma^\mu$ , la matriz de quiralidad  $\gamma_5$ , los productos  $\gamma^\mu \gamma_5$ , y las seis matrices  $\sigma^{\mu\nu} = i[\gamma^\nu, \gamma^\mu]/2$ . Para poder descomponer las 16 formas cuadráticas correspondientes en sus respectivas proyecciones de campos de mano derecha e izquierda, hacemos uso de

$$\bar{q} \Gamma q = \begin{cases} \bar{q}_R \Gamma q_R + \bar{q}_L \Gamma q_L & \text{para } \Gamma \in \Gamma_1 \equiv \{\gamma^\mu, \gamma^\mu \gamma_5\}, \\ \bar{q}_R \Gamma q_L + \bar{q}_L \Gamma q_R & \text{para } \Gamma \in \Gamma_2 \equiv \{\mathbb{1}, \gamma_5, \sigma^{\mu\nu}\}, \end{cases} \quad (\text{C.9})$$

donde

---

$$\begin{aligned}\bar{q}_R &= q_R^\dagger \gamma_0 = q^\dagger P_R^\dagger \gamma_0 = q^\dagger P_R \gamma_0 = q^\dagger \gamma_0 P_L = \bar{q} P_L, \\ \bar{q}_L &= \bar{q} P_R.\end{aligned}\tag{C.10}$$



## Reducciones de operadores bariónicos

---

Las reducciones de los operadores de bariones de la forma  $[A^{ia}, [A^{ib}, T^e]]$  para las contribuciones de sabor singlete, octete y 27 que se incluyen en este apéndice se tomaron de la Ref[29].

**D.0.0.1.**  $[A^{ia}, [A^{ia}, T^c]]$

$$[G^{ia}, [G^{ia}, T^c]] = \frac{3}{4}N_f T^c, \quad (\text{D.1})$$

$$[G^{ia}, [\mathcal{D}_2^{ia}, T^c]] + [\mathcal{D}_2^{ia}, [G^{ia}, T^c]] = N_f \{J^r, G^{rc}\}, \quad (\text{D.2})$$

$$[G^{ia}, [\mathcal{D}_3^{ia}, T^c]] + [\mathcal{D}_3^{ia}, [G^{ia}, T^c]] = 2(N_c + N_f) \{J^r, G^{rc}\} + (N_f - 2) \{J^2, T^c\}, \quad (\text{D.3})$$

$$[G^{ia}, [\mathcal{O}_3^{ia}, T^c]] + [\mathcal{O}_3^{ia}, [G^{ia}, T^c]] = 3N_f T^c - 3(N_c + N_f) \{J^r, G^{rc}\} + (N_f + 3) \{J^2, T^c\}, \quad (\text{D.4})$$

$$[\mathcal{D}_2^{ia}, [\mathcal{D}_2^{ia}, T^c]] = \frac{1}{2}N_f \{J^2, T^c\}, \quad (\text{D.5})$$

$$[\mathcal{D}_2^{ia}, [\mathcal{D}_3^{ia}, T^c]] + [\mathcal{D}_3^{ia}, [\mathcal{D}_2^{ia}, T^c]] = 2N_f \{J^2, \{J^r, G^{rc}\}\}, \quad (\text{D.6})$$

$$[\mathcal{D}_2^{ia}, [\mathcal{O}_3^{ia}, T^c]] + [\mathcal{O}_3^{ia}, [\mathcal{D}_2^{ia}, T^c]] = 0, \quad (\text{D.7})$$

$$[\mathcal{D}_3^{ia}, [\mathcal{D}_3^{ia}, T^c]] = 2(N_c + N_f)\{J^2, \{J^r, G^{rc}\}\} + (N_f - 2)\{J^2, \{J^2, T^c\}\}, \quad (\text{D.8})$$

$$[\mathcal{D}_3^{ia}, [\mathcal{O}_3^{ia}, T^c]] + [\mathcal{O}_3^{ia}, [\mathcal{D}_3^{ia}, T^c]] = 0, \quad (\text{D.9})$$

$$\begin{aligned} [\mathcal{O}_3^{ia}, [\mathcal{O}_3^{ia}, T^c]] &= 3N_f T^c - 3(N_c + N_f)\{J^r, G^{rc}\} + (4N_f + 3)\{J^2, T^c\} \\ &\quad - \frac{5}{2}(N_c + N_f)\{J^2, \{J^r, G^{rc}\}\} + \frac{1}{2}(N_f + 5)\{J^2, \{J^2, T^c\}\}. \end{aligned} \quad (\text{D.10})$$

**D.0.1.**  $d^{ab8}[A^{ia}, [A^{ib}, T^c]]$

$$d^{ab8}[G^{ia}, [G^{ib}, T^c]] = \frac{3}{8}N_f d^{c8e} T^e, \quad (\text{D.11})$$

$$d^{ab8}([\mathcal{D}_2^{ia}, [\mathcal{D}_2^{ib}, T^c]] + [\mathcal{D}_2^{ia}, [G^{ib}, T^c]]) = \frac{1}{2}N_f d^{c8e} \{J^r, G^{re}\}, \quad (\text{D.12})$$

$$\begin{aligned} d^{ab8}([\mathcal{D}_3^{ia}, [\mathcal{D}_3^{ib}, T^c]] + [\mathcal{D}_3^{ia}, [G^{ib}, T^c]]) &= (N_c + N_f)d^{c8e} \{J^r, G^{re}\} \\ &\quad - \{T^c, \{J^r, G^{r8}\}\} + \{T^8, \{J^r, G^{rc}\}\} + \frac{1}{2}(N_f - 2)d^{c8e} \{J^2, T^e\}, \end{aligned} \quad (\text{D.13})$$

$$\begin{aligned} d^{ab8}([\mathcal{D}_3^{ia}, [\mathcal{O}_3^{ib}, T^c]] + [\mathcal{O}_3^{ia}, [G^{ib}, T^c]]) &= \frac{3}{2}N_f d^{c8e} T^e + \frac{3}{2}\{T^c, \{J^r, G^{r8}\}\} \\ &\quad - \frac{3}{2}\{T^8, \{J^r, G^{rc}\}\} + \frac{1}{2}(N_f + 3)d^{c8e} \{J^2, T^e\} - \frac{3}{2}(N_c + N_f)d^{c8e} \{J^r, G^{re}\}, \end{aligned} \quad (\text{D.14})$$

$$d^{ab8}[\mathcal{D}_2^{ia}, [\mathcal{D}_2^{ib}, T^c]] = \frac{1}{4}N_f d^{c8e} \{J^2, T^e\}, \quad (\text{D.15})$$

---


$$d^{ab8}([\mathcal{D}_2^{ia}, [\mathcal{D}_3^{ib}, T^c]] + [\mathcal{D}_3^{ia}, [\mathcal{D}_2^{ib}, T^c]]) = N_f d^{c8e} \{J^2, \{J^r, G^{re}\}\}, \quad (\text{D.16})$$

$$d^{ab8}([\mathcal{D}_2^{ia}, [\mathcal{O}_3^{ib}, T^c]] + [\mathcal{O}_3^{ia}, [\mathcal{D}_2^{ib}, T^c]]) = 0, \quad (\text{D.17})$$

$$\begin{aligned} d^{ab8}[\mathcal{D}_3^{ia}, [\mathcal{D}_3^{ib}, T^c]] &= (N_c + N_f) d^{c8e} \{J^2, \{J^r, G^{re}\}\} \\ &- \{J^2, \{T^c, \{J^r, G^{r8}\}\}\} + \{J^2, \{T^8, \{J^r, G^{rc}\}\}\} + \frac{1}{2}(N_f - 2) d^{c8e} \{J^2, \{J^2, T^e\}\}, \end{aligned} \quad (\text{D.18})$$

$$d^{ab8}([\mathcal{D}_3^{ia}, [\mathcal{O}_3^{ib}, T^c]] + [\mathcal{O}_3^{ia}, [\mathcal{D}_3^{ib}, T^c]]) = 0, \quad (\text{D.19})$$

$$\begin{aligned} d^{ab8}[\mathcal{O}_3^{ia}, [\mathcal{O}_3^{ib}, T^c]] &= \frac{3}{2} N_f d^{c8e} T^e - \frac{3}{2} (N_c + N_f) d^{c8e} \{J^r, G^{re}\} + \frac{3}{2} \{T^c, \{J^r, G^{r8}\}\} \\ &- \frac{3}{2} \{T^8, \{J^r, G^{rc}\}\} + \frac{1}{2} (4N_f + 3) d^{c8e} \{J^2, T^e\} + \frac{5}{4} \{J^2, \{T^c, \{J^r, G^{r8}\}\}\} \\ &- \frac{5}{4} \{J^2, \{T^8, \{J^r, G^{rc}\}\}\} + \frac{1}{4} (N_f + 5) d^{c8e} \{J^2, \{J^2, T^e\}\} \\ &- \frac{5}{4} (N_c + N_f) d^{c8e} \{J^2, \{J^r, G^{re}\}\}. \end{aligned} \quad (\text{D.20})$$

### D.0.2. $[A^{i8}, [A^{i8}, T^c]]$

$$[G^{i8}, [G^{i8}, T^c]] = \frac{3}{4} f^{c8e} f^{8eg} T^g, \quad (\text{D.21})$$

$$[G^{i8}, [\mathcal{D}_2^{i8}, T^c]] + [\mathcal{D}_2^{i8}, [G^{i8}, T^c]] = f^{c8e} f^{8eg} \{J^r, G^{rg}\}, \quad (\text{D.22})$$

$$\begin{aligned} [G^{i8}, [\mathcal{D}_3^{i8}, T^c]] + [\mathcal{D}_3^{i8}, [G^{i8}, T^c]] &= 3f^{c8e} f^{8eg} T^g + f^{c8e} f^{8eg} \{J^2, T^g\} \\ &- 2\epsilon^{ijk} f^{c8e} \{G^{ke}, \{J^i, G^{j8}\}\}, \end{aligned} \quad (\text{D.23})$$

$$[G^{i8}, [\mathcal{O}_3^{i8}, T^c]] + [\mathcal{O}_3^{i8}, [G^{i8}, T^c]] = -\frac{3}{2}f^{c8e}f^{8eg}T^g + f^{c8e}f^{8eg}\{J^2, T^g\} + 3\epsilon^{ijk}f^{c8e}\{G^{ke}, \{J^i, G^{j8}\}\}, \quad (\text{D.24})$$

$$[\mathcal{D}_2^{i8}, [\mathcal{D}_2^{i8}, T^c]] = \frac{1}{2}f^{c8e}f^{8eg}\{J^2, T^g\}, \quad (\text{D.25})$$

$$[\mathcal{D}_2^{i8}, [\mathcal{D}_3^{i8}, T^c]] + [\mathcal{D}_3^{i8}, [\mathcal{D}_2^{i8}, T^c]] = 2f^{c8e}f^{8eg}\{J^2, \{J^r, G^{rg}\}\}, \quad (\text{D.26})$$

$$[\mathcal{D}_2^{i8}, [\mathcal{O}_3^{i8}, T^c]] + [\mathcal{O}_3^{i8}, [\mathcal{D}_2^{i8}, T^c]] = 0, \quad (\text{D.27})$$

$$[\mathcal{D}_3^{i8}, [\mathcal{D}_3^{i8}, T^c]] = 3f^{c8e}f^{8eg}\{J^2, T^g\} + f^{c8e}f^{8eg}\{J^2, \{J^2, T^g\}\} - 2\epsilon^{ijk}f^{c8e}\{J^2, \{G^{ke}, \{J^i, G^{j8}\}\}\}, \quad (\text{D.28})$$

$$[\mathcal{D}_3^{i8}, [\mathcal{O}_3^{i8}, T^c]] + [\mathcal{O}_3^{i8}, [\mathcal{D}_3^{i8}, T^c]] = 0, \quad (\text{D.29})$$

$$[\mathcal{O}_3^{i8}, [\mathcal{O}_3^{i8}, T^c]] = -\frac{3}{2}f^{c8e}f^{8eg}T^g + \frac{1}{4}f^{c8e}f^{8eg}\{J^2, T^g\} + 3\epsilon^{ijk}f^{c8e}\{G^{ke}, \{J^i, G^{j8}\}\} + \frac{1}{2}f^{c8e}f^{8eg}\{J^2, \{J^2, T^g\}\} + \frac{5}{2}\epsilon^{ijk}f^{c8e}\{J^2, \{G^{ke}, \{J^i, G^{j8}\}\}\} \quad (\text{D.30})$$

## Funciones de onda espín-sabor de SU(6)

---

La estructura de los estados simétricos de SU(6) con el contenido explícito de sabor y espín para el octete son [30]

$$\begin{aligned}
 |n, 1/2\rangle = & -\frac{1}{\sqrt{18}}(2|d \uparrow d \uparrow u \downarrow\rangle + 2|u \downarrow d \uparrow d \uparrow\rangle + 2|d \uparrow u \downarrow d \uparrow\rangle - |d \uparrow d \downarrow u \uparrow\rangle - |u \uparrow d \downarrow d \uparrow\rangle \\
 & - |d \uparrow u \uparrow d \downarrow\rangle - |d \downarrow d \uparrow u \uparrow\rangle - |u \uparrow d \uparrow d \downarrow\rangle - |d \downarrow u \uparrow d \uparrow\rangle), \quad (\text{E.1})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 |p, 1/2\rangle = & \frac{1}{\sqrt{18}}(2|u \uparrow u \uparrow d \downarrow\rangle + 2|d \downarrow u \uparrow u \uparrow\rangle + 2|u \uparrow d \downarrow u \uparrow\rangle - |u \uparrow u \downarrow d \uparrow\rangle - |d \uparrow u \downarrow u \uparrow\rangle \\
 & - |u \uparrow d \uparrow u \downarrow\rangle - |u \downarrow u \uparrow d \uparrow\rangle - |d \uparrow u \uparrow u \downarrow\rangle - |u \downarrow d \uparrow u \uparrow\rangle), \quad (\text{E.2})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 |\Sigma^-, 1/2\rangle = & \frac{1}{\sqrt{18}}(2|d \uparrow d \uparrow s \downarrow\rangle + 2|s \downarrow d \uparrow d \uparrow\rangle + 2|d \uparrow s \downarrow d \uparrow\rangle - |d \uparrow d \downarrow s \uparrow\rangle - |s \uparrow d \downarrow d \uparrow\rangle \\
 & - |d \uparrow s \uparrow d \downarrow\rangle - |d \downarrow d \uparrow s \uparrow\rangle - |s \uparrow d \uparrow d \downarrow\rangle - |d \downarrow s \uparrow d \uparrow\rangle), \quad (\text{E.3})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 |\Sigma^0, 1/2\rangle = & \frac{1}{\sqrt{36}}(2|d \uparrow u \uparrow s \downarrow\rangle + 2|u \uparrow d \uparrow s \downarrow\rangle + 2|s \downarrow d \uparrow u \uparrow\rangle + 2|s \downarrow u \uparrow d \uparrow\rangle - |d \uparrow u \downarrow s \uparrow\rangle \\
 & - |u \uparrow d \downarrow s \uparrow\rangle - |s \uparrow d \downarrow u \uparrow\rangle - |s \uparrow u \downarrow d \uparrow\rangle - |d \downarrow u \uparrow s \uparrow\rangle - |u \downarrow d \uparrow s \uparrow\rangle \\
 & - |s \uparrow d \uparrow u \downarrow\rangle - |s \uparrow u \uparrow d \downarrow\rangle + 2|d \uparrow s \downarrow u \uparrow\rangle + 2|u \uparrow s \downarrow d \uparrow\rangle - |d \uparrow s \uparrow u \downarrow\rangle \\
 & - |u \uparrow s \uparrow d \downarrow\rangle - |d \downarrow s \uparrow u \uparrow\rangle - |u \downarrow s \uparrow d \uparrow\rangle), \quad (\text{E.4})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 |\Sigma^+, 1/2\rangle = & -\frac{1}{\sqrt{18}}(2|u \uparrow u \uparrow s \downarrow\rangle + 2|s \downarrow u \uparrow u \uparrow\rangle + 2|u \uparrow s \downarrow u \uparrow\rangle - |u \uparrow u \downarrow s \uparrow\rangle - |s \uparrow u \downarrow u \uparrow\rangle \\
 & - |u \uparrow s \uparrow u \downarrow\rangle - |u \downarrow u \uparrow s \uparrow\rangle - |s \uparrow u \uparrow u \downarrow\rangle - |u \downarrow s \uparrow u \uparrow\rangle), \quad (\text{E.5})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 |\Xi^-, 1/2\rangle = & -\frac{1}{\sqrt{18}}(2|s \uparrow s \uparrow d \downarrow\rangle + 2|d \downarrow s \uparrow s \uparrow\rangle + 2|s \uparrow d \downarrow s \uparrow\rangle - |s \uparrow s \downarrow d \uparrow\rangle - |d \uparrow s \downarrow s \uparrow\rangle \\
 & - |s \uparrow d \uparrow s \downarrow\rangle - |s \downarrow s \uparrow d \uparrow\rangle - |d \uparrow s \uparrow s \downarrow\rangle - |s \downarrow d \uparrow s \uparrow\rangle), \quad (\text{E.6})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 |\Xi^0, 1/2\rangle = & \frac{1}{\sqrt{18}}(2|s \uparrow s \uparrow u \downarrow\rangle + 2|u \downarrow s \uparrow s \uparrow\rangle + 2|s \uparrow u \downarrow s \uparrow\rangle - |s \uparrow s \downarrow u \uparrow\rangle - |u \uparrow s \downarrow s \uparrow\rangle \\
 & - |s \downarrow u \uparrow s \uparrow\rangle - |s \downarrow s \uparrow u \uparrow\rangle - |u \uparrow s \uparrow s \downarrow\rangle - |s \uparrow u \uparrow s \downarrow\rangle), \quad (\text{E.7})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 |\Lambda, 1/2\rangle = & \frac{1}{\sqrt{12}}(|d \uparrow s \uparrow u \downarrow\rangle + |s \uparrow d \uparrow u \downarrow\rangle + |u \downarrow d \uparrow s \uparrow\rangle + |u \downarrow s \uparrow d \uparrow\rangle + |d \uparrow u \downarrow s \uparrow\rangle \\
 & + |s \uparrow u \downarrow d \uparrow\rangle - |d \downarrow s \uparrow u \uparrow\rangle - |s \uparrow d \downarrow u \uparrow\rangle - |u \uparrow d \downarrow s \uparrow\rangle - |u \uparrow s \uparrow d \downarrow\rangle \\
 & - |d \downarrow u \uparrow s \uparrow\rangle - |s \uparrow u \uparrow d \downarrow\rangle), \quad (\text{E.8})
 \end{aligned}$$

$$|\Delta^{++}, 3/2\rangle = |u \uparrow u \uparrow u \uparrow\rangle, \quad (\text{E.9})$$

$$|\Delta^+, 3/2\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}(|d \uparrow u \uparrow u \uparrow\rangle + |u \uparrow d \uparrow u \uparrow\rangle + |u \uparrow u \uparrow d \uparrow\rangle), \quad (\text{E.10})$$

$$|\Delta^0, 3/2\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}(|d \uparrow d \uparrow u \uparrow\rangle + |d \uparrow u \uparrow d \uparrow\rangle + |u \uparrow d \uparrow d \uparrow\rangle), \quad (\text{E.11})$$

$$|\Delta^-, 3/2\rangle = |d \uparrow d \uparrow d \uparrow\rangle, \quad (\text{E.12})$$

$$|\Sigma^{*+}, 3/2\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}(|s \uparrow u \uparrow u \uparrow\rangle + |u \uparrow s \uparrow u \uparrow\rangle + |u \uparrow u \uparrow s \uparrow\rangle), \quad (\text{E.13})$$

$$\begin{aligned}
 |\Sigma^{*0}, 3/2\rangle = & \frac{1}{\sqrt{6}}(|s \uparrow d \uparrow u \uparrow\rangle + |s \uparrow u \uparrow d \uparrow\rangle + |d \uparrow s \uparrow u \uparrow\rangle + |d \uparrow u \uparrow s \uparrow\rangle + |u \uparrow s \uparrow d \uparrow\rangle \\
 & + |u \uparrow d \uparrow s \uparrow\rangle), \quad (\text{E.14})
 \end{aligned}$$

---

$$|\Sigma^{*-}, 3/2\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}(|s \uparrow d \uparrow d \uparrow\rangle + |d \uparrow s \uparrow d \uparrow\rangle + |d \uparrow d \uparrow s \uparrow\rangle), \quad (\text{E.15})$$

$$|\Xi^{*0}, 3/2\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}(|s \uparrow s \uparrow u \uparrow\rangle + |s \uparrow u \uparrow s \uparrow\rangle + |u \uparrow s \uparrow s \uparrow\rangle), \quad (\text{E.16})$$

$$|\Xi^{*-}, 3/2\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}(|s \uparrow s \uparrow d \uparrow\rangle + |s \uparrow d \uparrow s \uparrow\rangle + |d \uparrow s \uparrow s \uparrow\rangle), \quad (\text{E.17})$$

$$|\Omega^-, 3/2\rangle = |s \uparrow s \uparrow s \uparrow\rangle. \quad (\text{E.18})$$



## Bibliografía

---

- [1] R. F. Dashen, E. E. Jenkins and A. V. Manohar, Phys. Rev. D **51**, 3697 (1995) doi:10.1103/PhysRevD.51.3697 [hep-ph/9411234]. [v](#), [vi](#), [40](#), [44](#), [45](#), [51](#), [52](#), [55](#), [57](#)
- [2] J. Bijnens, H. Sonoda and M. B. Wise, Nucl. Phys. B **261**, 185 (1985). doi:10.1016/0550-3213(85)90569-3 [v](#), [51](#)
- [3] E. E. Jenkins, Nucl. Phys. B **375**, 561 (1992). doi:10.1016/0550-3213(92)90111-N [v](#), [51](#)
- [4] A. Abd El-Hady and J. Tandean, Phys. Rev. D **61**, 114014 (2000) doi:10.1103/PhysRevD.61.114014 [hep-ph/9908498]. [vi](#), [51](#)
- [5] J. Gómez Camacho, *Partículas Elementales*, Junio 2001. [1](#)
- [6] David Griffiths, *Introduction to elementary particles*, John Wiley & Sons, INC , 1987. [1](#)
- [7] Raymond A.Serway, Clement J.Moses y Curt A.Moyer, *Física Moderna Tercera edición*, Thomson, 2006. [1](#)
- [8] David McMahon, *Quantum Field Theory*, Mc Graw Hill, 2008. [1](#)
- [9] Joaquín Raúl Acuña Martínez, *Tesis de licenciatura*, Universidad Autónoma de San Luis Potosí, 2003. [1](#)
- [10] K. A. Olive *et al.* [Particle Data Group Collaboration], “Review of Particle Physics,” Chin. Phys. C **38**, 090001 (2014). [1](#), [40](#), [51](#), [52](#)
- [11] R.F. Dashen, E. Jenkins y A.V. Manohar, Phys. Rev. D **51**, 3697 (1996). [39](#)
- [12] María de los Ángeles Hernández Ruiz, *Tesis de doctorado*, Instituto de Física Manuel Sandoval Vallarta de la Universidad Autónoma de San Luis Potosí, 2012.

- [13] G. 't Hooft, Nucl. Phys. **B72**, 461 (1974). [39](#)
- [14] E. Witten, Nucl. Phys. **B160**, 57 (1979). [39](#)
- [15] R. Flores-Mendieta, E. Jenkins y A.V. Manohar, Phys. Rev. D **58**, 094028 (1998). [39](#)
- [16] J. Dai, R. F. Dashen, E. Jenkins and A. V. Manohar, Phys. Rev. D **53**, 273 (1996).
- [17] R.F. Dashen, E. Jenkins y A.V. Manohar, Phys. Rev. D **51**, 3697 (1996). [39](#)  
[39](#)
- [18] E. Jenkins y A.V. Manohar, Phys. Lett. B **255**, 558 (1991); **259**, 353 (1991).
- [19] E. Jenkins and R. F. Lebed, Phys. Rev. D **52** (1995) 282. [44](#)
- [20] E. Jenkins, “Chiral lagrangian for baryons in the  $1/N_c$  expansion,” Phys. Rev. D **53**, 2625 (1996). [45](#), [46](#), [58](#)
- [21] M. Gell-Mann, CTSL-20, TID-12608. [47](#)
- [22] E. E. Jenkins and A. V. Manohar, Phys. Lett. B **255**, 558 (1991). doi:10.1016/0370-2693(91)90266-S [51](#)
- [23] R. Dashen y A. V. Manohar, Phys. Lett. B **315**, 425 (1993); **315**, 438 (1993).
- [24] R. Flores-Mendieta and C. P. Hofmann, “Renormalization of the baryon axial vector current in large- $N_c$  chiral perturbation theory,” Phys. Rev. D **74**, 094001 (2006).
- [25] B. Borasoy and B. R. Holstein, Eur. Phys. J. C **6**, 85 (1999) doi:10.1007/s100529800896, 10.1007/s100520050323 [hep-ph/9805430]. [51](#)
- [26] R. P. Springer, hep-ph/9508324. [51](#)
- [27] K. Takayama and M. Oka, hep-ph/9811435. [51](#)
- [28] E. E. Jenkins and A. V. Manohar, Phys. Lett. B **255**, 558 (1991). doi:10.1016/0370-2693(91)90266-S [51](#)
- [29] R. Flores-Mendieta and J. L. Goity, Phys. Rev. D **90**, no. 11, 114008 (2014) doi:10.1103/PhysRevD.90.114008 [arXiv:1407.0926 [hep-ph]]. [63](#), [83](#)

- [30] W. Thirring, "Electromagnetic properties of hadrons in the static SU(6) model," *Acta Phys. Austriaca Suppl.* **2**, 205 (1965). [87](#)