



Universidad Autónoma de San Luis Potosí
Facultad de Economía



Maestría en Economía Matemática

**Determinación de Primas de Seguros
Utilizando Teoría de Juegos No
Cooperativos: Un Estudio Empírico
en el Contexto de la Pandemia
COVID-19 en México**

T E S I S

Para obtener el grado de: Maestro en Economía Matemática

Presenta:

Eduardo González Vilchis

Tutor

Dr. William Olvera López

San Luis Potosí, Agosto 2024

No. 044



"Determinación de Primas de Seguros con Teoría de Juegos: Un Estudio Empírico en la Pandemia COVID-19 en México" © 2024 by Eduardo González Vilchis is licensed under [Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0 International](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/)

Agradecimientos

Primero que nada, agradezco a mis padres por apoyarme en todo momento desde el principio y hasta el fin, sin ellos no sería lo que soy hoy en día.

También, agradezco al Consejo Nacional de Humanidades, Ciencia y Tecnología por el apoyo económico durante toda la duración de la maestría haciendo posible así el desarrollo científico del país.

En tercer lugar, agradezco al Dr. William Olvera López por su apoyo, asesoría y consejos durante la realización de esta tesis, no solo un tutor o asesor para mí, si no un gran amigo. Además, a todos los profesores de la maestría que son excelentes profesores y más que nada excelentes personas.

A mis compañeros les agradezco su apoyo y compañía durante las clases y haciendo más amenas las clases, tareas, exámenes, etc.

Por último, agradezco a mi novia Itzel por su cariño, apoyo, comprensión y motivación durante este proceso.

Abstract

Determining the premium for an insurance policy can be a challenge for insurers due to the various factors that must be considered, such as market conditions, competition among insurers, etc. In response to this, different tools can be used, one of which is game theory.

This thesis uses non-cooperative game theory to find the equilibrium in a two- and three-stage game between two insurers who want to determine their equilibrium premium considering the competition between them, based on the model by Wu, R., Pantelous, A. A. (2017). Additionally, real data from insurers in Mexico in the context of the COVID-19 pandemic is used to obtain numerical results with the aim of assessing how accurate the model is and how a "crisis" situation could affect price determination

Resumen

Determinar la prima de una póliza de seguro puede ser un reto para las aseguradoras debido a los diferentes factores que se deben considerar tales como la situación del mercado, la competencia entre las aseguradoras, etc. Ante esto, diferentes herramientas pueden ser utilizadas para crear un modelo, una de ellas es la teoría de juegos. En esta tesis se utiliza teoría de juegos no cooperativos para hallar el equilibrio en un juego de dos y tres etapas entre dos aseguradoras que quieren determinar su prima de equilibrio teniendo en cuenta la competencia entre estas, basándonos en el modelo de Wu, R., Pantelous, A. A. (2017). Además se utilizan datos reales de aseguradoras en México en el contexto de la pandemia del COVID-19 para obtener resultados numéricos con el objetivo de ver que tan preciso es el modelo obtenido y de qué forma podría afectar una situación de “crisis” a la determinación de precios.

Keywords— mercado de seguros, situación de mercado, pandemia, juegos no cooperativos, equilibrio.

Índice general

| | |
|---|-------------|
| Agradecimientos | ii |
| Abstract | iii |
| Resumen | iv |
| Lista de figuras | vii |
| Lista de Tablas | ix |
| Abreviaciones y acrónimos | xi |
| Introducción | xiii |
| 1 Revisión de literatura | 1 |
| 2 Estadísticas sobre el mercado de seguros | 3 |
| 3 Modelo | 7 |
| 3.0.1 Modelo líder-seguidor | 9 |
| 3.0.2 Modelo simultáneo en precios de tres etapas | 11 |
| 4 Resultados | 19 |
| 4.1 Simulación numerica | 19 |
| 4.1.1 Líder-seguidor | 20 |
| 4.1.2 Simultánea en precios de tres etapas | 22 |
| Conclusiones y trabajos futuros | 25 |

Lista de símbolos

| | |
|------------|---|
| α_i | Relación de costos de mantener el bienestar de la empresa i , $\alpha_i \in (0, 1)$. |
| π_i | Prima de “quiebre” (costos) para la aseguradora i , ésta cubre la prima de riesgo y otros gastos . Se asume que es menor que la prima a determinar , es decir $p_i > \pi_i$. . |
| θ_t | Factor de estabilidad del mercado al período t . Describe en qué situación se encuentra el mercado. |
| a_i | Parametro de sensibilidad al precio de la empresa i . Está relacionado con el tamaño y poder de mercado de la empresa i |
| h | Factor límite de presencia en el mercado. Controla la cantidad de pólizas que fluyen de la competencia. |
| k_i^t | Tasa de quiebre de la empresa i al período t . Igual a π_i dividido por p_i^t . |
| n | Número de empresas. |
| p_i^t | Valor de la prima (precio de la póliza) de la empresa i al período t . |
| q_i^t | Cantidad de polizas de la empresa i al período t |
| u_i^t | Utilidad de la empresa i al período t |

Índice de figuras

| | | |
|-----|--|----|
| 2.1 | Curva epidémica en México de 2020 a 2023. | 4 |
| 2.2 | Porcentaje por categoría de seguro de 2020 a 2023. | 4 |
| 2.3 | Utilidades trimestrales. | 5 |
| 2.4 | Utilidades trimestrales para seguros de gastos médicos. | 6 |
| 2.5 | Utilidades trimestrales para seguros de automóviles. | 6 |
| 3.1 | Diagrama del juego Líder-Seguidor | 9 |
| 3.2 | Diagrama del juego de tres etapas. | 12 |
| 4.1 | Comparación de precios del modelo LS en seguros de Gmed. | 20 |
| 4.2 | Comparación de precios del modelo LS en seguros de autos. | 21 |
| 4.3 | Comparación de precios del modelo LS en seguros de Gmed 2. | 22 |
| 4.4 | Comparación de precios del modelo G3 en seguros de Gmed | 23 |
| 4.5 | Comparación de precios del modelo G3 en seguros de autos. | 23 |

Índice de tablas

| | | |
|-----|---|----|
| 4.1 | Significado de la variable theta. | 19 |
| 4.2 | Datos de las dos empresas para la simulación con seguros de gastos médicos. Elaboración propia. | 20 |
| 4.3 | Datos de las dos empresas para la simulación con seguros de autos. | 21 |

Abreviaciones y acrónimos

UASLP Universidad Autónoma de San Luis Potosí

LS Modelo Líder-Seguidor

G3 Modelo de tres etapas

Introducción

La palabra seguro, tiene su origen etimológico en el latín *secūrus* que significa tranquilo, aquello que está alejado de cuidados y preocupaciones, lo que proporciona tranquilidad. Dicho vocablo tiene diversos usos y significados en el idioma español, de manera que se trata de aquello que es cierto e indudable, o que aparece exento de riesgo y peligro. La palabra seguro se utiliza como sinónimo de seguridad o certeza.

Un seguro se traduce en una protección financiera contra la posibilidad de ocurrencia de un evento económicamente desfavorable. La persona que contrata un seguro ya sea para beneficio propio o de terceros, recibe el nombre de asegurado. Dicha protección es brindada por una aseguradora y comienza su vigencia cuando el asegurado y la aseguradora firman un contrato llamado póliza, por el cual el asegurado paga el precio de esta póliza. A este precio se le llama prima .

El enfoque tradicional para la fijación de precios en seguros se basa en modelos actuariales que consideran principalmente valores esperados , diversificación del riesgo, dividir la prima en diferentes partes y estimarlas por separado, etc. Sin embargo, estos modelos pueden no capturar completamente la interacción o competencia entre las compañías de seguros, que influye en la fijación de precios y en la dinámica del mercado. La teoría de juegos ofrece un marco matemático formal para analizar esta competencia y sus implicaciones en la fijación de precios.

Como mencionamos, algo que puede afectar la fijación de precios es la situación del mercado que puede hacer que más gente se asegure o bien deje de hacerlo, lo que a su vez incrementa o disminuya la prima de la póliza de seguro. Un ejemplo de una situación de mercado que podría afectar este proceso de fijación de precios de las pólizas de seguros es la reciente pandemia de COVID-19, la cual afectó de una manera muy particular al mercado de seguros. No solo el desempleo y el paro económico influyeron en esto, sino que afectó a las aseguradoras de forma directa, ya que como sabemos, se cobraron millones de pesos de pólizas de seguros reclamadas en seguros de vida y seguros de gastos médicos.

En 2020, el sector asegurador presentó una contracción de 2.7 % para el primer trimestre de 2021, las aseguradoras reportaban una contracción de 2.8 % en términos reales[9]. Siendo así, la pandemia, costando al sector 3,217 millones de dólares, el evento más caro en la historia de las aseguradoras en México, superando daños económicos que ocasionaron sismos, huracanes, lluvias y heladas[4]. Por otro lado, en un contexto post-pandemia el mercado de seguros de vida y de gastos médicos creció drásticamente en el 2022 [3], mas no así el mercado de seguros de auto .

Esto sigue la intuición de que en la situación en la que el mercado se encuentra afecta drásticamente tanto los precios como el tamaño que éste está ocupando, es decir, en este caso, cuántas personas están aseguradas y por consiguiente las utilidades que perciben las empresas. Era de esperarse que después de un evento catastrófico como lo es una pandemia mundial, tanto las personas físicas como las empresas tuvieran una “disposición mas grande” a asegurarse debido a las múltiples efectos negativos de este suceso, tales como fallecimientos, pérdida de empleos, de negocios, gastos enormes en servicios de salud, etc. lo que incrementa los precios de las pólizas.

Todo esto recalca la importancia de tener conocimiento de la competencia y la situación de mercado para una aseguradora en la determinación de la prima para poder anticiparse a este tipo de afectaciones y poder así maximizar la utilidad tomando estos factores.

La pregunta de investigación de esta tesis es:

¿Cómo influye una situación de crisis, como la pandemia del COVID-19, en la determinación de primas de seguros mediante modelos de teoría de juegos no cooperativos en aseguradoras mexicanas?.

Una pregunta secundaria sería: ¿Puede nuestro modelo describir la situación del mercado de seguros en diferentes ?

Nuestra hipótesis es: Usando nuestro modelo, durante la pandemia se espera que los precios caigan y post pandemia que incrementen rebasando los precios iniciales, teniendo en cuenta la competencia y la situación de mercado adecuada. Se espera que la variable que usamos de situación de mercado nos describa bien de forma cualitativa en qué situación se encuentra este.

Así, el objetivo principal de esta investigación es obtener y verificar un modelo para determinar el precio de las pólizas de seguros considerando la competencia y la situación del mercado, siendo éste de tres etapas que se adapte bien a las circunstancias reales del mercado antes, durante y después de una crisis económica tal como la pandemia COVID-19.

Los objetivos específicos son los siguientes:

- Revisar la literatura correspondiente relacionada con el uso de modelos matemáticos, y más específicamente el uso de la teoría de juegos para determinar la prima de las pólizas de seguros.
- Investigar si el modelo utilizado se ajusta bien a los datos del mercado de seguros en México durante la pandemia y si explican bien su comportamiento .
- Analizar grosso modo qué parámetros podrían ser de utilidad para describir la situación del mercado .

La estructura de esta tesis es de la siguiente manera: en primer lugar revisamos algunas estadísticas relacionadas con el mercado de seguros en México y a su vez relacionados con la pandemia. En la siguiente sección, revisamos la literatura correspondiente a modelos utilizados para la estimación de primas de seguros, haciendo énfasis en los que utilizan teoría de juegos. En tercer lugar, se proponen los modelos.

Posteriormente, se presentan resultados numéricos de estos modelos comparando con las primas reales. En otras palabras, se usaron datos reales prepandemia del portal del gobierno de México en nuestro modelo y este nos arroja los precios durante y después de la pandemia, así; podemos comparar estos resultados obtenidos en nuestro modelo con los que se encuentran en el portal (datos reales).

Por último, se incluyen las conclusiones y algunas ideas de trabajos posteriores.

Capítulo 1

Revisión de literatura

Múltiples enfoques pueden llevarse a cabo a la hora de abordar el problema de elegir la prima adecuada para una póliza de seguros, aquí solo revisaremos los que usan teoría de juegos .

Ryan Warren et. al. (2012)[14] hace una exploración y comparación acerca de los enfoques clásicos económicos de determinación de precios tales como Bertrand y Hotelling comparados con enfoques de teoría de juegos, haciendo énfasis en diferentes estrategias considerando la reacción de los competidores. Una de las conclusiones interesantes de este artículo es que hay casos dependiendo de la aseguradora donde conviene que la empresa puede tener mayores beneficios si ésta tiene una menor participación en el mercado.

Vargas (2016)[13] aproxima el precio de seguros para clientes con diferentes perfiles de riesgo mediante técnicas de teoría de juegos con información asimétrica, diferenciando entre clientes de bajo riesgo y clientes de alto riesgo.

Por ejemplo Asimit (2017)[1] proporciona una teoría microeconómica para el diseño óptimo de contratos de seguro con medidas de riesgo invariantes de traducción, usando teoría de juegos.

Taylor(1986)[12] fue el primero de la comunidad actuarial que mencionó que la competencia es un componente clave en el precio de las primas de seguros, y utilizó el mercado australiano para extraer comentarios muy útiles.

Emms (2007a[5], 2007b[6], 2011[7], 2012 [8]) hizo varias aportaciones a la determinación de la prima de seguros. Primero usó un modelo de demanda competitivo tomando en cuenta el valor esperado del siniestro en un horizonte de planificación fijo. Después con diferentes restricciones al modelo usó elementos de parametrización de control para resolver el problema de optimización. Luego consideró las

reacciones del mercado cuando la aseguradora determina la prima. Finalmente en 2012, Emms desarrolló un modelo aplicando una metodología diferencial de teoría de juegos para un mercado no cooperativo. Según su marco, el precio de cada aseguradora depende de las estrategias de primas de otras aseguradoras, suponiendo que cada participante del mercado elige una estrategia de fijación de precios óptima. Sin embargo, se supuso que cada asegurador maximizaría la utilidad de su riqueza en el momento terminal del horizonte de planificación, entre otras aportaciones.

Finalmente, muy recientemente, Boonen (2016) también propuso una forma de regular de manera óptima la negociación para la redistribución del riesgo. Así, investigó la interacción estratégica entre dos compañías de seguros que negocian riesgos en el mercado extrabursátil en un modelo de un período.

Ahora bien, el artículo clave para esta investigación es el publicado por Wu, R., Pantelous, A. A. (2017) [15] donde haciendo un enfoque de juegos potenciales con agregación (usa un parámetro donde están las estrategias de todos los demás jugadores) considera la competencia entre aseguradoras para encontrar el equilibrio de Nash . Para su modelo se consideran dos etapas con N aseguradoras y hace una simulación numérica de mercado de Grecia para doce aseguradoras.

Capítulo 2

Estadísticas sobre el mercado de seguros en México durante la pandemia

En esta sección revisaremos algunas gráficas y estadísticas que nos ayudarán a comprender el panorama en el cual se encontraba el sector asegurador en México durante la pandemia.

La pandemia por COVID-19 fue declarada como contingencia en México en marzo del año 2020 y durante los años siguientes esto afectó significativamente a todos los mercados tanto por el paro en la producción, el desempleo, el número de enfermos y decesos, etc lo que se puede traducir en un cambio en la oferta y demanda de productos y servicios. En la gráfica 2.1 podemos ver el número de casos del año 2020 hasta el 2023.

Se puede observar que los momentos con mayor número de casos por COVID-19 se dan en las primeras semanas y en las semanas veintiocho y treinta de cada año, tanto en el 2021 como en el 2022; es decir, justo al final de los periodos de vacaciones de dichos años, donde el pico máximo ocurre en enero del 2022.

Hablando del mercado asegurador, hay tres categorías principales de seguros, las cuales son: seguros de vida, seguros de daños y seguros de accidentes y enfermedades. En la gráfica 2.2 tenemos cómo cambian los porcentajes de estas tres categorías conforme va pasando la pandemia, empezando en el año 2019 hasta el año 2023. Podemos notar que el porcentaje de seguros de daños bajó más de un 10 % del 2020 al 2021 y los de accidentes y enfermedades subieron casi un 15 % durante el mismo periodo. Un ejemplo de un seguro de daños es el seguro de automóvil y un

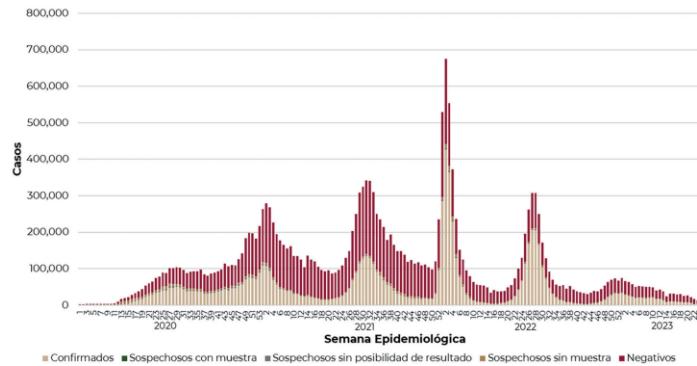


Figura 2.1: Curva epidémica por semana de casos positivos, negativos y sospechosos con y sin muestra de México del 2020 a la semana 26 del 2023. Fuente: Secretaría de Salud.

ejemplo de seguros de accidentes y enfermedades es el seguro de gastos médicos. Usaremos datos de estos dos tipos de seguros mencionados en nuestro modelo.

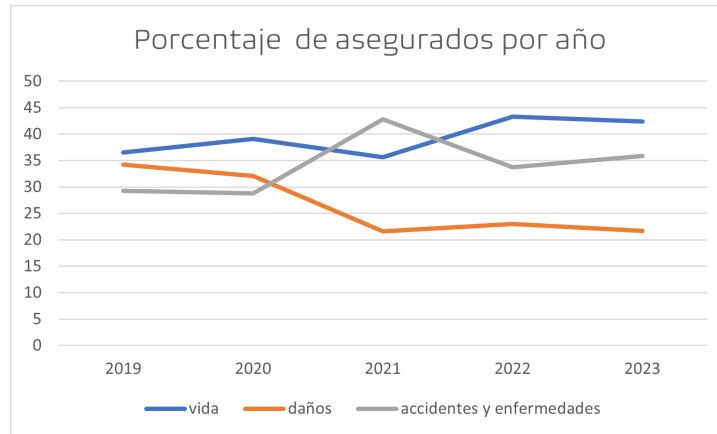


Figura 2.2: Porcentaje del total que ocupa cada una de las tres categorías principales de finales de 2019 a mediados de 2023. Elaboración propia con datos de CNSF.

Ahora bien, la siniestralidad en ciertos seguros como por ejemplo de vida o de gastos médicos aumentó drásticamente. Citando el portal de El economista [3] “Las aseguradoras pagaron en promedio 26.2 millones de pesos diarios en seguros de gastos médicos y 35 millones de pesos al día en seguros de vida desde que inició la pandemia”. En las siguientes gráficas podemos ver la tendencia sobre las utilidades del ejercicio trimestrales reportadas por las compañías de seguros . Se puede

observar que, en general, del 2020 al 2021 las utilidades bajaron drásticamente en las utilidades reportadas (ver 2.3).

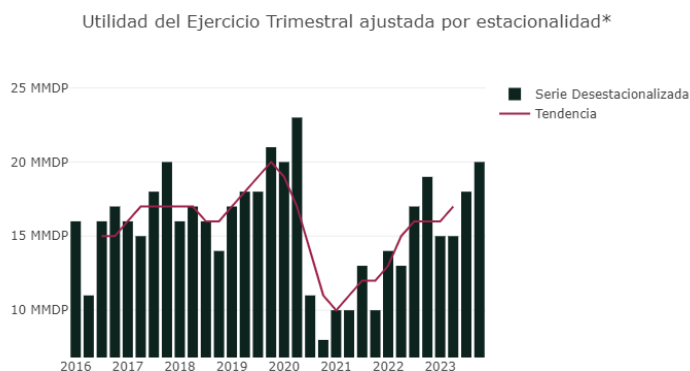


Figura 2.3: Utilidades trimestrales del mercado de seguros en millones de pesos. Fuente: portal SIO, CNSF.

Sin embargo, podemos contrastar las gráficas 2.4 y 2.5 que corresponden a seguros para gastos médicos y para automóviles respectivamente. Para seguros de gastos médicos vemos que en 2021 incluso se reportaron pérdidas durante el último trimestre del 2021 y principios de 2022. Por otro lado, para seguros de autos, las utilidades crecieron durante todo el 2020, a causa de esto podría ser que, debido al resguardo de la población en sus casas, dejaron de trasladarse y usar automóviles lo que ocasionó mucho menos siniestros ocurridos en este tipo de seguros. Para 2021 las utilidades bajaron aunque aún así se mantuvieron “positivas” y para 2022 bajaron aún más, incluso teniendo números negativos, para este último año ya hubo mucho más movilidad y en consecuencia el uso de automóviles por parte de la población aumentó, lo que aumenta la probabilidad en las siniestralidades de este tipo de seguro.

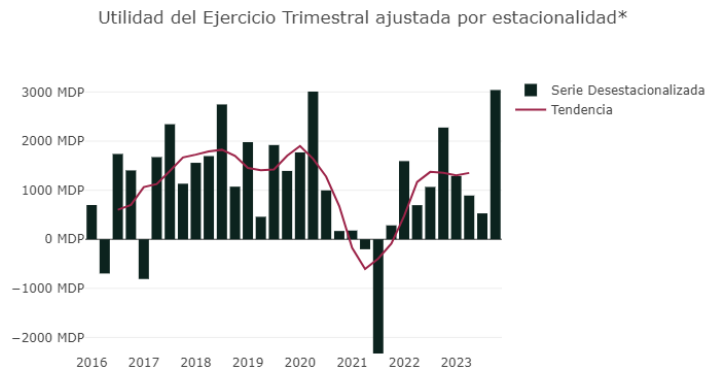


Figura 2.4: Utilidades trimestrales del mercado de seguros de gastos médicos en millones de pesos. Fuente: portal SIO, CNSF.

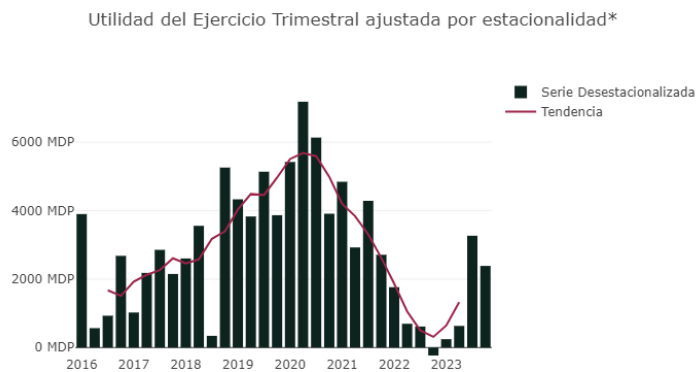


Figura 2.5: Utilidades trimestrales del mercado de seguros de automóviles en millones de pesos. Fuente: portal SIO, CNSF.

Capítulo 3

Modelo

El juego que se propone está basado en el planteamiento de Wu, R., Pantelous, A. A. (2017) para N aseguradoras y una etapa de decisión, donde cada aseguradora elige el precio en la etapa 1 de forma simultánea y busca maximizar su utilidad.

La utilidad de la empresa i en el periodo 1 es:

$$u_i^1(p_i^1, p_j^1, \dots, p_n^1) = -\alpha_i u_i^0 + (1 - \alpha_i)(p_i^1 - \pi_i^1)q_i^1 \quad (3.1)$$

En esta primera ecuación, todo depende de la aseguradora i , pero como veremos en breve, cada aseguradora considerará la competencia (los precios de las demás aseguradoras) en la determinación de su prima. Las únicas variables endógenas del modelo son las primas p y el número de asegurados q .

Para la aseguradora i , p_i es el valor de la prima; q_i representa el número de asegurados, π_i denota la prima de quiebre, que incluye la prima de riesgo y otros gastos (podemos decir que son los costos), p_i^0 , q_i^0 , π_i^0 , u_i^0 son todos positivos y conocidos por la aseguradora i y $\alpha_i \in (0, 1)$ ¹ es un parámetro dado que se refiere a la relación de costos de mantener la riqueza de la aseguradora i . Podemos ver a la utilidad u_i^0 como el capital con el que cuenta la aseguradora en el periodo 1, por lo tanto, $-\alpha_i u_i^0$ es el costo de mantener u_i^0 en la primera etapa y el segundo término es prácticamente el precio menos los costos por la cantidad de pólizas que tiene la empresa.

Notar que el subíndice de una variable indica a que aseguradora corresponde y

¹En otras palabras, α_i denota el exceso de rendimiento sobre el capital (es decir, el rendimiento sobre el capital requerido por los accionistas de la aseguradora cuya estrategia está bajo consideración.)

el superíndice indica el periodo de ésta, por ejemplo, la prima de la aseguradora i en el periodo 2 es p_i^2 . Para denotar que una variable está al cuadrado se usara siempre paréntesis, i.e. el precio de la aseguradora i en el periodo 2 al cuadrado es $(p_i^2)^2$. Por lo tanto, no confundir el superíndice 2 con elevar la variable al cuadrado, para potencias se usara siempre paréntesis como en el ejemplo anterior.

La forma en la que interactúan las aseguradoras considerando la competencia entre ellas es de la siguiente manera: la cantidad de asegurados de cada aseguradora depende de el precio que las N aseguradoras elijan, como se ve en la ecuación 3.2.

$$\Delta q_i^1 = \sum_{j \in N} q_{j \rightarrow i}^1 + h a_i \left(1 - \frac{p_i^1}{p_i^0} \theta_1 \right) q_i^0 \quad (3.2)$$

Donde el primer término de la ecuación 3.2 se refiere a la cantidad de pólizas que fluyen de las demás aseguradoras a la aseguradora i , es decir, la demanda que la empresa i gana de las demás aseguradoras. En este sentido, se asume que los asegurados prefieren irse con la aseguradora que menos aumenta su precio. El segundo término se refiere a las pólizas que la aseguradora i capta del mercado no asegurado, es decir, esta relacionado si aumenta o disminuye la demanda. De esta forma, se relaciona la cantidad de pólizas que tiene la empresa i con la cantidad y precios de las demás aseguradoras, en otras palabras, la competencia.

Ahora bien, tomando en cuenta la competencia entre las aseguradoras podemos despejar q_i^1 y sustituir en la ecuación 3.10, así, tenemos:

$$\begin{aligned} u_i^1(p_i^1, p_j^1, \dots, p_n^1) = & -(1 - \alpha_i)(1 - k_i) h a_i q_i^0 \left[\sum_{j \neq i} \frac{p_j^0}{p_j^1} + \theta^1 \right] \frac{1}{p_i^0} (p_i^1)^2 \\ & + (1 - \alpha_i)(1 - k_i) [h a_i q_i^0 n - h \sum_{j \neq i} a_j q_j^0 + q_i^0] p_i^1 \\ & + (1 - \alpha_i)(1 - k_i) h p_i^0 \sum_{j \neq i} q_j^0 \frac{p_j^1}{p_j^0} - \alpha_i u_i^0 \end{aligned} \quad (3.3)$$

La definición de esta función de utilidad se encuentra en el artículo mencionado [15]. Donde se toma en cuenta la competencia en precios entre cada par de aseguradoras². Recordar que las únicas variables endógenas del modelo son los precios y las cantidades. De aquí en adelante, solo se trabajará con dos aseguradoras i y j , así,

²En el artículo originalmente la utilidad de la empresa i depende de n precios, donde separan el de la empresa i con los de la competencia en una función x_{-i}^1 , es decir, la utilidad es $u(p_i^1, x_{-i}^1)$.

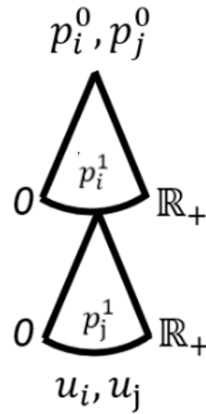


Figura 3.1: Diagrama del juego Líder-Seguidor. El líder, que será quien tenga mayor captación de mercado, elige su precio (i.e. elije que maximice su utilidad y en respuesta el seguidor elegirá el suyo. En principio p_i^0 p_j^0 están dados en la etapa cero, y las empresas i y j eligen su precio en la etapa 1. Elaboración propia.

la utilidad solo dependerá de los precios de i y de j , es decir $u_i^1 = u_i^1(p_i^1, p_j^1)$ por lo que ya no se pondrá $u_i^1(p_i^1, p_j^1)$ si no solo u_i^1 .

La ecuación 3.4 es la función de utilidad que se utilizará para los dos juegos tanto el líder-seguidor como el de tres etapas. A continuación se determinará las funciones de utilidad y procedimientos para ambos modelos.

Cabe aclarar que la demostración de que existe el máximo usando la función de utilidad 3.4 se encuentra en el artículo [15], donde usan las condiciones de primer y segundo orden para la demostración. Pero para encontrar el máximo solo usará la condición de primer orden.

3.0.1 Modelo líder-seguidor

El primer modelo a considerar sera un líder seguidor en precios (LS de aquí en adelante) , como se muestra en la imagen 3.1.

Ahora bien, digamos que la empresa j es la seguidora con función de utilidad como se muestra en la ecuación 3.4. Pero ahora para dos empresas, nos quedan las funciones de utilidad como sigue.

$$\begin{aligned}
 u_i^1 &= -(1 - \alpha_i)(1 - k_i)ha_iq_i^0\left[\frac{p_j^0}{p_i^1} + \theta^1\right]\frac{1}{p_i^0}(p_i^1)^2 \\
 &\quad + (1 - \alpha_i)(1 - k_i)[ha_iq_i^0n - ha_jq_j^0 + q_i^0]p_i^1 + (1 - \alpha_i)(1 - k_i)hp_i^0q_j^0\frac{p_j^1}{p_j^0} - \alpha_iu_i^0
 \end{aligned} \tag{3.4}$$

$$\begin{aligned}
 u_j^1 &= -(1 - \alpha_j)(1 - k_j)ha_jq_j^0\left[\frac{p_i^0}{p_j^1} + \theta^1\right]\frac{1}{p_j^0}(p_j^1)^2 \\
 &\quad + (1 - \alpha_j)(1 - k_j)[ha_jq_j^0n - ha_iq_i^0 + q_j^0]p_j^1 + (1 - \alpha_j)(1 - k_j)hp_j^0q_i^0\frac{p_i^1}{p_i^0} - \alpha_ju_j^0
 \end{aligned} \tag{3.5}$$

Entonces derivando la función de utilidad 3.5 con respecto a p_j^1 tenemos ³ :

$$\frac{\partial u_j^1}{\partial p_j^1} = -2(1 - \alpha_j)(1 - k_j)ha_jq_j^0\left[\frac{p_i^0}{p_j^1} + \theta^1\right]\frac{1}{p_j^0}(p_j^1) + (1 - \alpha_j)(1 - k_j)[ha_jq_j^0n - ha_iq_i^0 + q_j^0] \tag{3.6}$$

De la ecuación 3.6 igualamos el lado derecho a cero y despejando p_j^1 tenemos que:

$$p_j^1 = \frac{ha_jq_i^0(n + 1) - ha_iq_i^0 + q_j^0}{2ha_jq_j^0\left(\frac{p_i^0}{p_j^1} + \theta^1\right)}p_j^0 \tag{3.7}$$

La ecuación 3.7 muestra la respuesta del jugador j a la estrategia (el precio) del jugador i . Sustituyéndolo en la ecuación 3.4 tenemos la siguiente función de

³Notar que el subíndice indica a que aseguradora corresponde el precio y el superíndice indica el periodo de éste, por ejemplo, el precio de la aseguradora i al periodo 2 es p_i^2 . Para denotar que un precio está al cuadrado se usara siempre paréntesis, i.e. p_i^2 al cuadrado es $(p_i^2)^2$.

utilidad:

$$\begin{aligned}
 u_i^1 = & (1 - k_i)(1 - \alpha_i) \left(-ha_i q_i^0 \left(\frac{(p_j^0)^2 ha_j q_j^0 \left(\frac{p_i^0}{p_i^1} + \theta \right)}{-\frac{1}{2}(-2ha_j q_j^0 + ha_i q_i^1 - q_j^0)} \right) + \theta \right) \frac{(p_i^1)^2}{p_i^0} \\
 & + (2ha_i q_i^0 - ha_j q_j^0 + q_i^0) p_i^1 \\
 & + \left(ha_j q_j^0 \left(-\frac{1}{2}(-2ha_j q_j^0 + ha_i q_i^0 - q_j^0) \frac{p_j^0}{ha_j q_j^0 \left(\frac{p_i^0}{p_i^1} + \theta \right)} \right) \frac{p_i^0}{p_j^0} \right. \\
 & \left. - \alpha_i u_i^0 \right)
 \end{aligned} \tag{3.8}$$

Derivando con respecto a p_i^1 es :

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial u_i^1}{\partial p_i^1} = & (1 - k_i)(1 - \alpha_i) \left[-\frac{2h^2 a_i q_i^0 a_j q_j^0}{-2ha_j q_j^0 + ha_i q_i^0 - q_j^0} \right. \\
 & \left. - 2ha_i q_i^0 \left[\theta - \left(\frac{p_i^0}{p_i^1} + \theta \right) \frac{2ha_i q_i^0}{-2ha_j q_j^0 + ha_i q_i^0 - q_j^0} \right] \frac{p_i^1}{p_i^0} + 2ha_1 q_i^0 - ha_2 q_j^0 + q_i^0 \right. \\
 & \left. - \frac{1}{2}(-2ha_2 q_j^0 + ha_1 q_i^0 - q_j^0) \frac{(p_i^0)^2}{\left(\frac{p_i^0}{p_i^1} + \theta \right)^2 (p_i^1)^2} \right]
 \end{aligned} \tag{3.9}$$

Igualamos el lado derecho de la ecuación 3.9 a cero podemos encontrar el precio de la empresa líder que maximiza su utilidad, el cual , se sustituye después en la ecuación 3.7 para obtener el precio de la empresa seguidora, siendo éste precio la respuesta a la estrategia de la empresa líder .

3.0.2 Modelo simultáneo en precios de tres etapas

Como se mencionó en la introducción, lo que se quiere determinar es como afectó una situación de crisis como la pandemia por COVID 19 a la determinación de precios, por lo que al modelo original de una etapa de decisión se le añadirá otra etapa de decisión, siendo así el nuestro modelo propuesto de tres etapas: la etapa cero ⁴(o estado inicial) donde están dados los precios y cantidad de pólizas, la etapa uno (que en la simulación será durante la pandemia) y la etapa dos (después de la pandemia), donde se eligen las primas respectivamente . Lo haremos nuevamente

⁴Aunque la etapa cero es realmente el estado inicial y no es una etapa de decisión, se decidió llamarle al modelo de “tres etapas” para ser consistentes con el trabajo de [15].

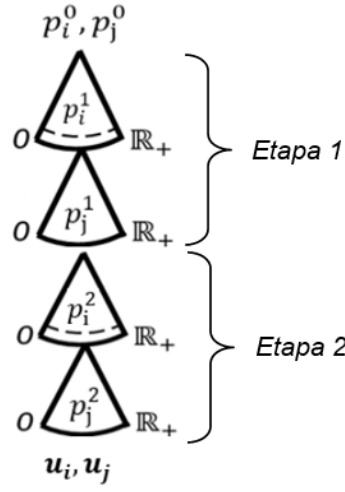


Figura 3.2: Diagrama del juego de tres etapas. En la etapa cero los precios están dados, en la etapa uno ambas aseguradoras eligen su precio simultáneamente, y después el juego se repite y ambas vuelven a elegir su precio simultáneamente en la etapa dos. Elaboración propia.

para dos aseguradoras que serán los únicos dos jugadores. El juego está dado en la figura 3.2.

Primero tenemos la función de utilidad para la aseguradora i al periodo 2:

$$u_i^2 = -\alpha'_i u_i^1 + (1 - \alpha'_i)(p_i^2 - \pi_i^2)q_i^2 \quad (3.10)$$

ahí sustituimos q_i^2 por la ecuación dada en el artículo obtenida de:

$$\Delta q_i^1 = \sum_{j \in N} q_{j \rightarrow i}^1 + ha_i \left(1 - \frac{p_i^1}{p_i^0} \theta_1\right) q_i^0 \quad (3.11)$$

Nos queda:

$$\begin{aligned} u_i^2 = & -(1 - \alpha_i^2)(1 - k_i^2)ha_i q_i^1 \left[\frac{p_j^1}{p_j^2} + \theta^2 \right] \frac{1}{p_i^1} (p_i^2)^2 \\ & + (1 - \alpha_i^2)(1 - k_i^2)[ha_i q_i^1 n - ha_j q_j^1 + q_i^1] p_i^2 + (1 - \alpha_i^2)(1 - k_i^2)hp_i^1 q_j^1 \frac{p_j^2}{p_j^1} - \alpha_i^2 u_i^1 \end{aligned} \quad (3.12)$$

Ahora, en este caso u_i^1 no es constante, si no que es

$$\begin{aligned}
 u_i^1 = & -(1 - \alpha_i)(1 - k_i)ha_iq_i^0\left[\frac{p_j^0}{p_i^1} + \theta^1\right]\frac{1}{p_i^0}(p_i^1)^2 \\
 & + (1 - \alpha_i)(1 - k_i)[ha_iq_i^0n - ha_jq_j^0 + q_i^0]p_i^1 + (1 - \alpha_i)(1 - k_i)hp_i^0q_j^0\frac{p_j^1}{p_j^0} - \alpha_iu_i^0
 \end{aligned} \tag{3.13}$$

Sustituyendo 3.4 en 3.12 queda:

$$\begin{aligned}
 u_i^2 = & -(1 - \alpha_i^2)(1 - k_i^2)ha_iq_i^1\left[\frac{p_j^1}{p_i^2} + \theta^2\right]\frac{1}{p_i^1}(p_i^2)^2 \\
 & + (1 - \alpha_i^2)(1 - k_i^2)[ha_i^2q_i^1n - ha_j^2q_j^1 + q_i^1]p_i^2 \\
 & + (1 - \alpha_i^2)(1 - k_i^2)hp_i^1q_j^1\frac{p_j^2}{p_j^1} - \alpha_i(-(1 - \alpha_i)(1 - k_i)ha_iq_i^0\left[\frac{p_j^1}{p_j^0} + \theta^1\right]\frac{1}{p_i^0}(p_i^1)^2 \\
 & + (1 - \alpha_i)(1 - k_i)[ha_iq_i^0n - ha_jq_j^0 + q_i^0]p_i^1 + (1 - \alpha_i)(1 - k_i)hp_i^0q_j^0\frac{p_j^1}{p_j^0} - \alpha_iu_i^0)
 \end{aligned} \tag{3.14}$$

Antes de continuar anunciaremos un supuesto que nos facilita mucho los cálculos a la hora de derivar, el supuesto es el siguiente.

Supuesto 1. *La cantidad de pólizas en el periodo uno es proporcional a la cantidad de pólizas en el periodo cero, es decir:*

$$q_i^1 = cq_i^0$$

con c positivo.

Se espera que c sea cercano a 1, es decir, que no cambie demasiado el número de pólizas de un periodo a otro para cada aseguradora. Este supuesto simplifica muchos los cálculos ya que así q_i^1 no depende de p_i^1 .

Derivando con respecto a p_i^2 e igualando a cero:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial u_i^2}{\partial p_i^2} = & -2(1 - \alpha_i^2)(1 - k_i^2)ha_iq_i^1\left[\sum_{j \neq i} \frac{p_j^1}{p_j^2} + \theta^2\right]\frac{1}{p_i^1}(p_i^2)^2 \\
 & + (1 - \alpha_i^2)(1 - k_i^2)[ha_iq_i^1n - ha_jq_j^1 + q_i^1] \\
 = & 0
 \end{aligned} \tag{3.15}$$

y despejando p_i^2 nos queda:

$$p_i^2 = \frac{ha_i q_i^1 (n+1) - ha_j q_j^1 + q_i^1}{2ha_i q_i^1 \left(\frac{p_j^1}{p_j^2} + \theta^2\right)} p_i^1 \quad (3.16)$$

Haciendo el mismo procedimiento para la empresa j tenemos :

$$p_i^2 = \frac{ha_i q_i^1 (n+1) - ha_j q_j^1 + q_i^1}{2ha_i q_i^1 \left(\frac{p_j^1}{p_j^2} + \theta^2\right)} p_i^1 \quad (3.17)$$

$$p_j^2 = \frac{ha_j q_j^1 (n+1) - ha_i q_i^1 + q_j^1}{2ha_j q_j^1 \left(\frac{p_i^1}{p_i^2} + \theta^2\right)} p_j^1 \quad (3.18)$$

De las ecuaciones 3.17 y 3.18 podemos despejar de manera explícita a p_i^2 y p_j^2 para que solo dependan de p_i^1 y p_j^1 respectivamente. Sustituyendo:

$$p_i^2 = \frac{ha_i q_i^1 (n+1) - ha_j q_j^1 + q_i^1}{2ha_i q_i^1 \left(\frac{p_j^1}{\frac{ha_j q_j^1 (n+1) - ha_i q_i^1 + q_j^1}{2ha_j q_j^1 \left(\frac{p_i^1}{p_i^2} + \theta^2\right)} p_j^1} + \theta^2\right)} p_i^1 \quad (3.19)$$

Da

$$p_i^2 = \frac{ha_i q_i^1 (n+1) - ha_j q_j^1 + q_i^1}{2ha_j q_j^2 \left(\frac{p_i^1}{p_i^2} + \theta^2\right)} p_i^1 \quad (3.20)$$

$$2ha_i q_i^1 \left(\frac{p_i^1}{\frac{ha_j q_j^1 (n+1) - ha_i q_i^1 + q_j^1}{2ha_j q_j^2 \left(\frac{p_i^1}{p_i^2} + \theta^2\right)} p_i^1} + \theta^2\right)$$

$$p_i^2 (2ha_i q_i^2 \left(\frac{p_i^1}{\frac{ha_j q_j^1 (n+1) - ha_i q_i^1 + q_j^1}{2ha_j q_j^2 \left(\frac{p_i^1}{p_i^2} + \theta^2\right)} p_i^1} + \theta^2\right)) = (ha_i q_i^1 (n+1) - ha_j q_j^1 + q_i^1) p_i^1 \quad (3.21)$$

$$(2ha_iq_i^1(\frac{2ha_jq_j^1(p_i^1 + \theta^2p_i^2)}{ha_jq_j^1(n+1) - ha_iq_i^1 + q_j^1} + \theta^2p_i^2)) = (ha_iq_i^1(n+1) - ha_jq_j^1 + q_i^1)p_i^1 \quad (3.22)$$

$$\frac{2ha_jq_j^1(p_i^1 + \theta^2p_i^2)}{ha_jq_j^1(n+1) - ha_iq_i^1 + q_j^1} + \theta^2p_i^2 = \frac{(ha_iq_i^1(n+1) - ha_jq_j^1 + q_i^1)p_i^1}{2ha_iq_i^1} \quad (3.23)$$

$$\theta^2p_i^2 + \frac{2ha_jq_j^1\theta^2p_i^2}{ha_jq_j^1(n+1) - ha_iq_i^1 + q_j^1} = \frac{(ha_iq_i^1(n+1) - ha_jq_j^1 + q_i^1)p_i^1}{2ha_iq_i^1} \quad (3.24)$$

$$- \frac{2ha_jq_j^1(p_i^1)}{ha_jq_j^1(n+1) - ha_iq_i^1 + q_j^1}$$

Entonces nos queda

$$p_i^2 = \left(\frac{(ha_iq_i^1(n+1) - ha_jq_j^1 + q_i^1)}{2ha_iq_i^1} - \frac{2ha_jq_j^1}{ha_jq_j^1(n+1) - ha_iq_i^1 + q_j^1} \right) p_i^1 \quad (3.25)$$

$$\left(1 + \frac{2ha_jq_j^1}{ha_jq_j^1(n+1) - ha_iq_i^1 + q_j^1} \right) \theta^2$$

$$p_j^2 = \left(\frac{(ha_jq_j^1(n+1) - ha_iq_i^1 + q_j^1)}{2ha_jq_j^1} - \frac{2ha_iq_i^1}{ha_iq_i^1(n+1) - ha_jq_j^1 + q_i^1} \right) p_j^1 \quad (3.26)$$

$$\left(1 + \frac{2ha_iq_i^1}{ha_iq_i^1(n+1) - ha_jq_j^1 + q_i^1} \right) \theta^2$$

El siguiente paso es sustituir esos precios en la función de utilidad para que así esta sólo dependa del precio 1 y posteriormente derivarla. Sustituyendo 3.25 y 3.26 en 3.27 tenemos:

$$\begin{aligned}
 u_i^2 = & -(1 - \alpha_i^2)(1 - k_i^2)ha_iq_i^1 \left[\sum_{j \neq i} \frac{p_j^1}{\left(\frac{(ha_jq_j^1(n+1) - ha_iq_i^1 + q_j^1)}{2ha_jq_j^1} - \frac{2ha_iq_i^1}{ha_iq_i^1(n+1) - ha_iq_i^1 + q_i^1} p_j^1 \right)} \right. \\
 & \left. \left(\frac{2ha_iq_i^1}{(1 + \frac{2ha_iq_i^1}{ha_iq_i^1(n+1) - ha_jq_j^1 + q_i^1})\theta^2} \right)^2 \right. \\
 & + \theta^2 \left. \frac{1}{p_i^1} \left(\left(\frac{(ha_iq_i^1(n+1) - ha_jq_j^1 + q_i^1)}{2ha_iq_i^1} - \frac{2ha_jq_j^1}{ha_jq_j^1(n+1) - ha_iq_i^1 + q_j^1} p_i^1 \right) \right)^2 \right. \\
 & \left. + (1 - \alpha_i^2)(1 - k_i^2) [ha_iq_i^1 n - h \sum_{j \neq i} a_jq_j^1 + q_i^1] \left(\frac{(ha_iq_i^1(n+1) - ha_jq_j^1 + q_i^1)}{2ha_iq_i^1} - \frac{2ha_jq_j^1}{ha_jq_j^1(n+1) - ha_iq_i^1 + q_j^1} p_i^1 \right) \right. \\
 & \left. \left(1 + \frac{2ha_jq_j^1}{ha_jq_j^1(n+1) - ha_iq_i^1 + q_j^1} \right) \theta^2 \right. \\
 & \left. + (1 - \alpha_i')(1 - k_i^2) hp_i^1 \sum_{j \neq i} q_j^1 \frac{\left(\frac{(ha_jq_j^1(n+1) - ha_i'q_i^1 + q_j^1)}{2ha_jq_j^1} - \frac{2ha_i'q_i^1}{ha_i'q_i^1(n+1) - ha_i'q_i^1 + q_i^1} p_j^1 \right)}{\left(1 + \frac{2ha_i'q_i^1}{ha_jq_j^1(n+1) - ha_iq_i^1 + q_j^1} \right) \theta^2} \right. \\
 & \left. + (1 - \alpha_i')(1 - k_i^2) hp_i^1 \sum_{j \neq i} q_j^1 \frac{1}{p_j^1} \right. \\
 & \left. - \alpha_i(-1 - \alpha_i)(1 - k_i)ha_iq_i^0 \left[\sum_{j \neq i} \frac{p_j^1}{p_j^0} + \theta^1 \right] \frac{1}{p_i^0} (p_i^1)^2 \right. \\
 & \left. + (1 - \alpha_i)(1 - k_i) [ha_iq_i^0 n - h \sum_{j \neq i} a_jq_j^0 + q_i^0] p_i^1 + (1 - \alpha_i)(1 - k_i) hp_i^0 \sum_{j \neq i} q_j^0 \frac{p_j^1}{p_j^0} \right. \\
 & \left. - \alpha_i u_i^0 \right) \tag{3.27}
 \end{aligned}$$

Derivando con respecto a p_i^1 :

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial u_i^2}{\partial p_i^1} = & (-1/(a_2 p_1^1))(2h_1(p_2^1 a_1)/b_2 + \theta_2)b_1(b_1/p_1^1) \\
 & + (1/a_2(p_1^1)^2)(h_1((p_2^1 a_1)/b_2 + \theta_2)(b_1)^2) \\
 & + c_1(b_1/p_1^1)/a_2 + (h_2 b_2/(a_1 p_2^1)) - \frac{\partial u_i^1}{\partial p_i^1} \tag{3.28}
 \end{aligned}$$

donde:

$$a_i = 4ha_i^1 q_i^1 \theta_2 - ha_j^1 q_j^1 \theta_2 + \theta_2 q_i^1 \tag{3.29}$$

$$b_i = (1/2) \frac{(2ha_i^1 q_i^1 - ha_j^1 q_j^1 + q_i^1)(2ha_j^1 q_j^1 - ha_i^1 q_i^1 + q_j^1) p_i^1}{ha_i^1 q_i^1} - 2ha_j^1 q_j^1 p_i^1 \tag{3.30}$$

$$c_i = 2ha_i^1 q_i^1 - ha_j^1 q_j^1 + q_i^1 \quad (3.31)$$

y

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_i^1}{\partial p_i^1} = & -2(1 - \alpha_i^1)(1 - k_i^1)ha_i^1 q_i^0 \left[\frac{p_j^0}{p_j^1} + \theta^1 \right] \frac{1}{p_i^1}(p_i^1) \\ & + (1 - \alpha_i^1)(1 - k_i^1)[2ha_i^1 q_i^0 - ha_j^1 q_j^0 + q_i^0] \end{aligned} \quad (3.32)$$

Finalmente, la derivada se iguala a cero y se hace lo mismo para la empresa j , es decir, se obtiene la derivada parcial de la utilidad de j con respecto al precio p_j^1 ; así, el sistema de ecuaciones que se resuelve es el de

$$\frac{\partial u_i^2}{\partial p_i^1} = 0 \quad (3.33)$$

$$\frac{\partial u_j^2}{\partial p_j^1} = 0 \quad (3.34)$$

Lo que sigue es resolver numéricamente este sistema de ecuaciones a través de un software.

Capítulo 4

Resultados

4.1 Simulación numerica

Una vez obtenida la condición de primer orden de nuestro modelo de cada aseguradora, en este caso de las dos aseguradoras, debemos resolver ese sistema de ecuaciones donde la variable que queremos obtener es el precio en la etapa uno de cada empresa.

Procederemos a resolver ese sistema de ecuaciones en el programa `RStudio`[11] que usa lenguaje `R`[10] con el comando y la librería `nleqslv` [2].

En ambos casos se usó diferentes valores de la variable θ correspondiente a la estabilidad del mercado en ese periodo. Es importante recordar el significado de los valores que la variable θ puede tomar, los cuales se encuentran en la tabla 4.1. Es importante mencionar que θ es una variable exógena, es decir, no la determina nuestro modelo, si no que nosotros proponemos el valor numérico de esta y en este trabajo se propusieron diferentes valores de esta variable para ver cual se ajusta mejor a los datos reales.

| Valor de theta | Estabilidad de mercado | Origen |
|----------------|------------------------|-----------------------|
| $\theta < 1$ | Situación favorable | El mercado crece |
| $\theta = 1$ | Situación general | Situación general |
| $\theta > 1$ | Situación desfavorable | El mercado se contrae |

Tabla 4.1: Significado de la variable theta.

4.1.1 Líder-seguidor

En el modelo LS en precios¹ tomamos como líder a la empresa GNP y como seguidor a la empresa AXXA, esto tomando en cuenta que la empresa GNP tiene mayor participación de mercado . Los precios y número de pólizas corresponden a pólizas de seguros de gastos médicos mayores, donde la etapa cero es el año 2019 y la etapa uno corresponde al año 2020 (ver tabla 4.3).

| Aseguradora | Precio inicial | Cantidad inicial |
|-------------|----------------|------------------|
| GNP | \$13,898 | 1,273,814 |
| AXXA | \$10,316 | 1,662,595 |

Tabla 4.2: Datos de las dos empresas para la simulación con seguros de gastos médicos. Elaboración propia.

Como mencionamos anteriormente, para resolver numéricamente la ecuación 3.6 usamos el comando `lneqsv` en R. Una vez obtenido el precio del líder solo se sustituye en el precio de el seguidor. A continuación tenemos los siguientes resultados cómo la gráfica 4.1 o la gráfica 4.3. .

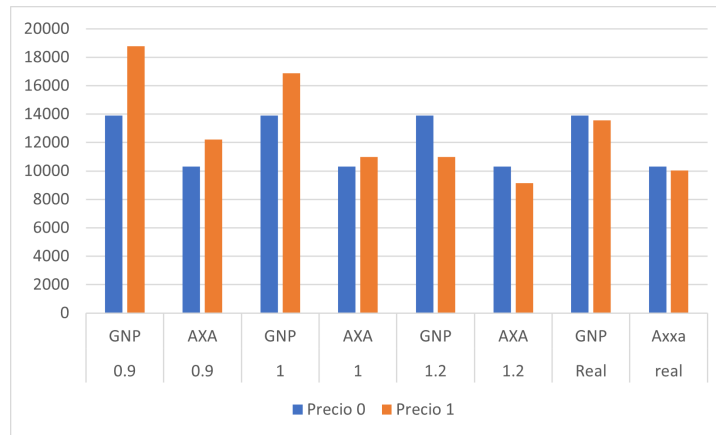


Figura 4.1: Comparación de precios que arroja el modelo LS con diferentes valores para la variable theta (de 0.9 a 1.2) vs los valores reales de la prima seguros de gastos médicos. El precio 0 es el precio inicial dado (el precio de la etapa cero) y el precio 1 es el precio de la etapa uno. Elaboración propia.

Para los seguros de autos se eligieron los datos de la tabla 4.3. Las empresas que se eligieron son GNP y Seguros BBVA debido a que para este tipo de seguros

¹Los precios están en pesos mexicanos.

la aseguradora AXXA tenía datos atípicos. Además, las cantidades iniciales de asegurados en el caso de gastos médicos entre GNP y AXXA son muy similares(1.55 M y 1.53 M respectivamente) , mientras que en el caso de seguros de autos para GNP y Seguros BBVA éstas cantidades difieren más (1.9 M Y 1.2 M respectivamente) como se ve en la tabla 4.2.Es importante mencionar que los precios no están deflactados tanto los reales como los obtenidos por nuestro modelo ²

| Aseguradora | Precio inicial | Cantidad inicial |
|-------------|----------------|------------------|
| GNP | \$7249 | 1968809 |
| BBVA | \$4527 | 1287966 |

Tabla 4.3: Datos de las dos empresas para la simulación con seguros de autos.

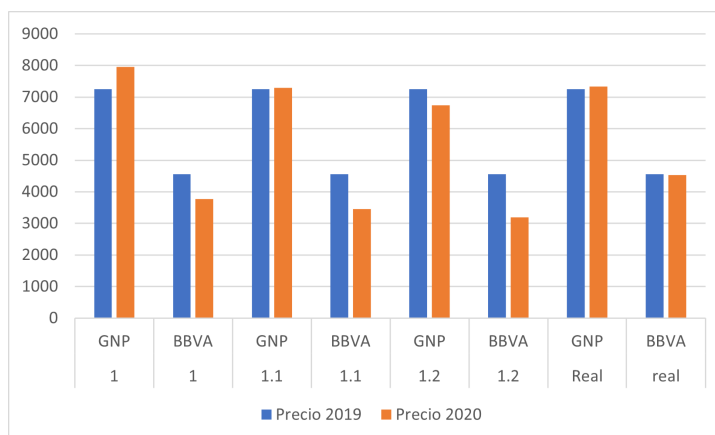


Figura 4.2: Comparación de precios que arroja el modelo LS con diferentes valores para la variable theta (de 1 a 1.2) vs los valores reales del precio de la prima de seguros de autos. Elaboración propia.

²Se hizo una versión deflactando los precios a 2019 (tanto los reales como los obtenidos) y las gráficas prácticamente son las mismas.

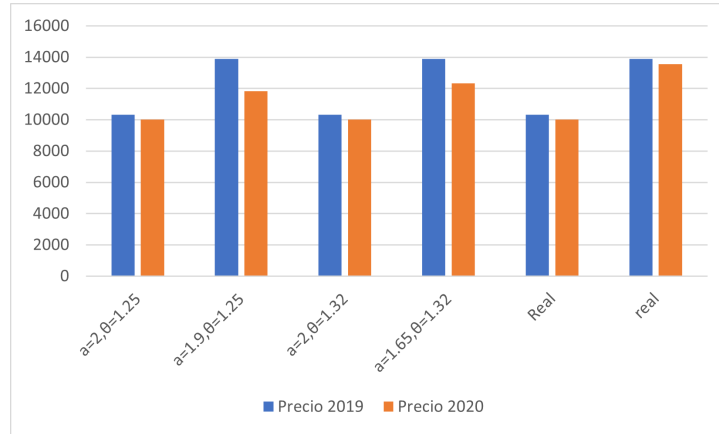


Figura 4.3: Precios con diferentes valores para a_2 , es decir, variando el poder de mercado de la empresa dos (GNP) y diferentes θ comparados con los precios reales. Elaboración propia.

4.1.2 Simultánea en precios de tres etapas

Para el modelo de tres etapas usamos los mismos datos de las empresas GNP y AXXA solo cambiando algunos parámetros. En este modelo, el sistema de ecuaciones a resolver son las ecuaciones 3.33 y 3.34, usamos nuevamente el comando `nleqsv` en R. Una vez obtenidos los precios de la etapa uno podemos obtener los precios de la etapa dos. En este caso la etapa cero es el año 2019, la etapa uno es el año 2020/2021 y la etapa dos es el año 2022 (dado que la pandemia se considera los años 2020 y 2021).

Aquí también se usaron diferentes valores para la variable theta tanto para la etapa uno como para la etapa dos. Por simplicidad, en la gráfica 4.5 solo se muestran los resultados con el valor de theta que más se aproxima a los valores reales de los precios tanto en la etapa uno como en la etapa dos.

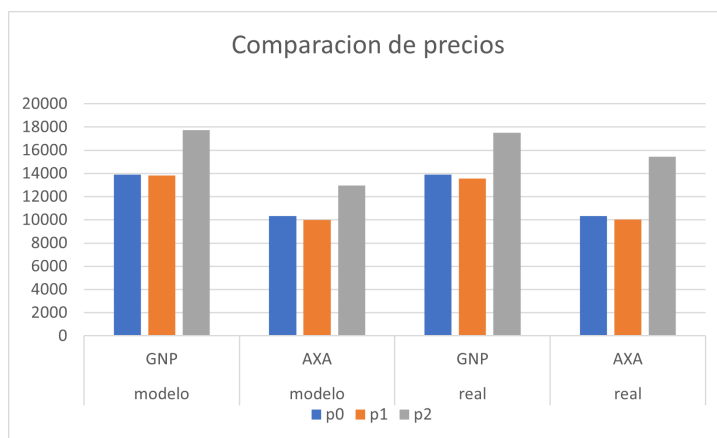


Figura 4.4: Comparación de precios con el valor de $\theta_1 = 1,25$ y $\theta_2 = 0,99$ y con datos de seguros de gastos médicos . Elaboración propia.

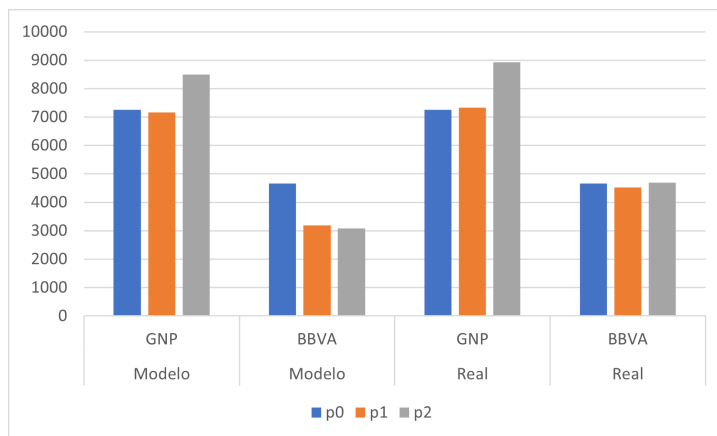


Figura 4.5: Comparación de precios con el valor de $\theta_1 = 1,25$ y $\theta_2 = 0,9$ y con datos de seguros de autos. Elaboración propia.

Conclusiones y trabajos futuros

En esta tesis analizamos posibles modelos que consideran grosso modo la estabilidad del mercado y la competencia entre aseguradoras para fijar las primas que maximizan su utilidad. Además, se verificó numéricamente que tanto los modelos se apegan a datos y situaciones reales tales como la pandemia por COVID-19 que como sabemos afectó a todos los sectores de la economía, usando datos de México antes, durante y después de esta “crisis” .

En el caso del artículo [15] como tenemos dos periodos el sistema de ecuaciones a resolver es el dado por 3.7, este sistema se puede resolver numéricamente para cualquiera número de empresas.

Para obtener el modelo LS se hizo para dos empresas, y como podemos notar el precio de la empresa seguidora depende de la empresa líder. Ahora bien, si intentamos hacerlo para más de dos empresas podemos notar varios casos. El primero, es para más de una empresa seguidora, el precio de cada una de estas no solo depende del precio del seguidor si no del precio de la líder, lo que hará que el sistema de ecuaciones a resolver de la forma 3.22 sea un sistema no lineal y solo se pueda resolver numéricamente. El segundo caso es que haya más de una empresa líder, así el precio de la empresa seguidora dependerá de los precios de las líderes y el resultado después de sustituir el precio de la seguidora en las líderes sería el de la misma forma que 3.22.

Ahora para el modelo G3 pasa algo similar. Si se consideran más de dos empresas, el sistema de ecuaciones de los precios del periodo dos sería no lineal y sólo podría resolverse numéricamente. En cambio con dos empresas podemos resolverlo de forma que dependan solo de los precios del periodo uno, encontrando así los precios para cada periodo. Aquí hay que mencionar que lo que facilitó la derivada fue el supuesto 1; ya que, de no hacer esto, calcular la condición de primer orden sería muy complicado.

En ambos modelos tanto LS como el G3 se fue ajustando la variable θ al modelo para que los valores de los precios arrojados por ambos modelos sean lo más

cercanos a los valores reales obtenidos del SIO, en el caso del modelo G3 se ajustaron para ambos periodos, es decir, θ_1 y θ_2 .

Vemos en la gráfica 4.1 que en el modelo LS con datos de primas de seguros de gastos médicos mayores la θ que más se acerca es 1,25 que corresponde a una contracción de mercado. En el caso de los seguros de automóviles pasa algo muy similar aunque la θ que más se acerca es 1,15 . Por otro lado, para el modelo G3 durante la pandemia la θ que más se ajustó fue de 1,25 y después de la pandemia de 0,99 lo que corresponde a que durante la pandemia la situación del mercado era “desafiante” y los precios cayeron ligeramente y después de la pandemia el mercado se recuperó subiendo así los precios, como se puede ver en el gráfico 4.5.

Algo que se puede notar en la gráfica 4.5 es que para la empresa BBVA el modelo no se ajusta bien a los datos reales, esto puede ser debido a que el número inicial de asegurados de esta empresa difiere bastante de el número de asegurados de la empresa GNP, cosa que no ocurre con primas de seguros de gastos médicos. Por lo anterior, podemos sugerir que si el tamaño de mercado entre una y otra aseguradora difiere significativamente, esto puede afectar cómo se comportan las primas. También puede deberse a que en la etapa 1 la empresa GNP tiene mayor participación de mercado que BBVA pero para la etapa 2 ocurre lo contrario y esto también afecta el parámetro de poder de mercado. Es decir, en la etapa 1 $a_1 > a_2$ pero en la etapa 2 $a_2 > a_1$.

También otro parámetro importante a considerar es la sensibilidad al precio a_i , que está relacionada con el tamaño del mercado acaparado de cada empresa. Ajustando este último parámetro se puede ver que no hay cambios significativos y no se puede ajustar mucho más a los precios reales. Por ejemplo, en la imagen 4.3 podemos ver que se ajusta el a de la empresa líder para notar si su precio se puede acercar de mejor forma, pero se tiene que modificar θ para que se ajusten mejor. Sin embargo, los precios apenas se acercan un poco más que en el caso anterior.

Para concluir , la teoría de juegos es una buena herramienta si lo que se busca es considerar la estrategia de los demás competidores, en este caso los precios. Aquí consideramos pocas etapas, para ambos modelos tanto LS y G3. Naturalmente, lo primero que uno podría pensar es ampliarlos para más de dos empresas. Además, para el modelo G3 relajar el supuesto 1 y tomar a q_i dependiente también de los precios. De alguna manera no se considera una buena idea que los modelos se hagan para n número de periodos ya que las ecuaciones se complican demasiado y en este caso sería mejor idea utilizar un juego dinámico .

Además el parámetro θ describe bien en qué situación se encuentra el mercado mexicano de seguros en términos de si este crece o disminuye, y se puede usar como referencia en cuanto si un mercado en específico, como el de seguros, se encuentra en situaciones como una pandemia o post pandemia y compararlo con

otros indicadores similares.

Bibliografía

- [1] Asimit, V., Boonen, T.J., 2018. Insurance with multiple insurers: A game-theoretic approach. *European Journal of Operational Research* 267, 778–790.
- [2] Borchers, H.W., 2022. nleqslv: Solve Systems of Nonlinear Equations. URL: <https://CRAN.R-project.org/package=nleqslv>. r package version 3.3.2.
- [3] Economista, E., 2022. Aseguradoras se recuperan de covid-19: utilidades crecen en i trimestre. URL: <https://www.eleconomista.com.mx/sectorfinanciero/Aseguradoras-se-recuperan-de-Covid-19-utilidades-crecen-en-I-trimestre-20220523-01.html>.
- [4] Economista, E., 2023. Pandemia cuesta más de 62,600 mdp a aseguradoras. URL: <https://www.eleconomista.com.mx/sectorfinanciero/Pandemia-cuesta-mas-de-62600-mdp-a-aseguradoras-20230131-0106.html>.
- [5] Emms, P., 2007a. Dynamic pricing of general insurance in a competitive market. *ASTIN Bulletin: The Journal of the IAA* 37, 1–34.
- [6] Emms, P., 2007b. Pricing general insurance with constraints. *Insurance: Mathematics and Economics* 40, 335–355.
- [7] Emms, P., 2011. Pricing general insurance in a reactive and competitive market. *Journal of Computational and Applied Mathematics* 236, 1314–1332.
- [8] Emms, P., 2012. Equilibrium pricing of general insurance policies. *North American Actuarial Journal* 16, 323–349.
- [9] México, F., sin fecha. Nuestra revista: Los seguros en méxico después de la pandemia. URL: <https://www.forbes.com.mx/nuestra-revista-los-seguros-en-mexico-despues-de-la-pandemia/>.
- [10] R Core Team, 2021. R: A Language and Environment for Statistical Com-

- puting. R Foundation for Statistical Computing. Vienna, Austria. URL: <https://www.R-project.org/>.
- [11] RStudio Team, 2020. RStudio: Integrated Development Environment for R. RStudio, PBC.. Boston, MA. URL: <http://www.rstudio.com/>.
- [12] Taylor, G.C., 1986. Underwriting strategy in a competitive insurance environment. *Insurance: Mathematics and Economics* 5, 59–77.
- [13] Vargas Andrade, A., Andrade Rosas, L.A., et al., 2016. Aproximación del precio de seguros para clientes con diferentes perfiles de riesgo mediante técnicas de teoría de juegos con información asimétrica .
- [14] Warren, R., Yao, J., Rourke, T., Iwanik, J., 2012. Game theory in general insurance. *The Actuarial Profession* , 1–75.
- [15] Wu, R., Pantelous, A.A., 2017. Potential games with aggregation in non-cooperative general insurance markets. *ASTIN Bulletin: The Journal of the IAA* 47, 269–302.

